108. Die projektive Theorie der "paths" $x^{(3)i}+A^i_kx^{(2)k}+B^i=0$.

Von Hitoshi HOMBU.

Geometrisches Seminar, Kaiserliche Hokkaido Universität, Sapporo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Dec. 13, 1937.)

1. Die *projektiven* (oder *bahntreuen*) Transformationen der verallgemeinerten "paths" 3-ter Ordnung werden durch die Gleichungen von der Gestalt

$$\bar{\Gamma}^i(x, x^{(1)}, x^{(2)}+\beta x^{(1)})=\Gamma^i(x, x^{(1)}, x^{(2)})-3\beta x^{(2)i}-\gamma x^{(1)i} \tag{1}$$

$\left(\gamma=\dfrac{d\beta}{dt}+2\beta^2\right)$ gegeben.[1] Im folgenden ziehen wir die Systeme der "paths" ins Betracht, deren Gleichungen von der Gestalt

$$x^{(3)i}+A^i_kx^{(2)k}+B^i=0 \tag{2}$$

sind und unter linearen Parametertransformationen invariant bleiben (der Parameter heisst sodann affin), und behandeln die projektive Theorie der Systeme. $A^i_k(x, x^{(1)})$, $B^i(x, x^{(1)})$ sind in bezug auf $x^{(1)j}$ homogen von 1- bzw. 3-ter Ordnung.

Dafür, dass zwei Systeme von der Gestalt (2) projektiv verwandt seien, muss solche Funktion β existieren, dass nach (1)

$$\beta(3x^{(2)i}+\bar{A}^i_kx^{(1)k})+\gamma x^{(1)i}+(\bar{A}^i_k-A^i_k)x^{(2)k}+\bar{B}^i-B^i=0$$

und $\gamma=\dfrac{d\beta}{dt}+2\beta^2$ sind. Daraus lässt sich β in $x^{(2)k}$ linear gebrochen ausdrücken; der Nenner des Ausdrucks ist

$$(3x^{(2)i}+\bar{A}^i_kx^{(1)k})x^{(1)j}-(3x^{(2)j}+\bar{A}^j_kx^{(1)k})x^{(1)i} \qquad i, j=1, 2, \ldots\ldots, \text{ oder } n.$$

Wir können also für $n>2$ schliessen, dass β von $x^{(2)k}$ unabhängig und in bezug auf $x^{(1)j}$ homogen von 1-ter Ordnung ist. Da $\gamma=\beta_{(0)k}x^{(1)k}+\beta_{(1)k}x^{(2)k}+2\beta^2$ ist, so haben wir die projektive Transformation

$$\left\{\begin{array}{ll}\text{(a)} & \bar{A}^i_k=A^i_k-3\beta\delta^i_k-\beta_{(1)k}x^{(1)i}, \\ \text{(b)} & \bar{B}^i=B^i-\beta A^i_kx^{(1)k}-\beta_{(0)k}x^{(1)k}x^{(1)i}+2\beta^2x^{(1)i}.\end{array}\right. \tag{3}$$

2. Aus (3, a) erhält man sogleich

$$\bar{A}^i_k-\bar{A}^i_{j(1)k}x^{(1)j}=A^i_k-A^i_{j(1)k}x^{(1)j}-2(\beta\delta^i_k-\beta_{(1)k}x^{(1)i})$$

und

$$\bar{A}=A-\beta, \tag{4}$$

$$A=\frac{1}{2(n-1)}(A^i_i-A^i_{j(1)i}x^{(1)j}). \tag{5}$$

---

1) H. Hombu, Projektive Transformation eines Systems der gewöhnlichen Differentialgleichungen dritter Ordnung, Proc. **13** (1937), 187–190.