107. Projektiver Parameter der verallgemeinerten "paths."

Von Hitoshi HOMBU.

Geometrisches Seminar, Kaiserliche Hokkaido Universität, Sapporo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Dec. 13, 1937.)

In einer n-dimensionalen Mannigfaltigkeit, welche auf die Koordinaten (x^i) bezogen ist, wird eine *projektive* (oder *bahntreue*) Transformation, die ein System der "paths" 2-ter Ordnung $x^{(2)i}+\Gamma^i(x, x^{(1)})=0$ in ein anderes $x^{\overline{(2)}i}+\bar{\Gamma}^i(x, x^{\overline{(1)}})=0$ überführt, durch die Gleichungen

$$\bar{\Gamma}^i(x, \rho x^{(1)})=\rho^2\Gamma^i(x, x^{(1)})+\rho\rho_{(1)j}x^{(1)i}\Gamma^j(x, x^{(1)})-\rho\rho_{(0)j}x^{(1)j}x^{(1)i}$$

gegeben. Trägt *ein* der beiden Systeme den Parameter t oder $\bar{t}$ als affin, so wandeln die letzten Gleichungen um in die von wohlbekannter Gestalt

$$\bar{\Gamma}^i(x, x^{(1)})=\Gamma^i(x, x^{(1)})+\rho(x, x^{(1)})x^{(1)i}.$$

Wie wir schon gesehen haben,[1] sind die Gleichungen der projektiven Transformationen der Systeme der verallgemeinerten "paths" 3-ter Ordnung nicht so einfach, wenn auch die Parameter der Systeme affin sind:

$$\bar{\Gamma}^i(x, x^{(1)}, x^{(2)}+\beta x^{(1)})=\Gamma^i(x, x^{(1)}, x^{(2)})-3\beta x^{(2)i}-\gamma x^{(1)i},$$

$$\gamma=\frac{d\beta}{dt}+2\beta^2\equiv\beta_{(0)i}x^{(1)i}+\beta_{(1)i}x^{(2)i}-\beta_{(2)i}\Gamma^i+2\beta^2.$$

Wir möchten im folgenden die Systeme 3-ter Ordnung, welche einen ausgezeichneten Parameter (heisst *projektiv*) tragen, vorstellen und zeigen, dass die projektiven Transformationen von solchen Systemen durch die sehr einfachen Gleichungen gegeben werden.

1. Ein System der "paths" sei gegeben durch

$$x^{(3)i}+\Gamma^i(t, x, x^{(1)}, x^{(2)})=0. \tag{1}$$

Wenn die Funktionen Γ^i von t unabhängig und

$$\Gamma^i(x, kx^{(1)}, k^2x^{(2)})=k^3\Gamma^i(x, x^{(1)}, x^{(2)}) \tag{2}$$

sind, so ist das System (1) unter beliebiger linearer Transformation von t invariant. Geometrisch heisst der Parameter t affin. Wir fragen, wenn das System (1) beliebiger, linear gebrochener Transformation von t gestattet. Da diese Transformation durch lineare Transformationen und Transformationen von der Gestalt $\bar{t}=1/t$ erzeugt wird, so ist

---

1) H. Hombu, Projektive Transformation eines Systems der gewöhnlichen Differentialgleichungen dritter Ordnung, Proc. **13** (1937), 187–190.