106. *Theorie der topologischen Verbände: Ein Versuch zur Formalisierung der allgemeinen Topologie und der Theorie der reellen Funktionen.*

Von Hidetaka TERASAKA.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Osaka.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Dec. 13, 1937.)

Die Untersuchungen der allgemeinen Topologie mit der algebraischen Methode, die eine Fusion der Kuratowskischen Methode[1] der abgeschlossenen Hülle und der Verbändenmethode von Fr. Klein, G. Birkhoff, O. Ore, K. Menger, J. von Neumann u. a.[2] ist, die deshalb mit der Theorie der topologischen Verbände bezeichnet werden dürfte, führte mich zunächst zur Aufdeckung enger formaler Analogie zwischen den regulären Mengen, die M. H. Stone[3] in seiner grundlegenden Arbeit behandelt hat, und den Mengen von Bairescher Eigenschaft. Für die Menge[4] X entsprechen sich nämlich X^{acaca} und X^{pcpcp}, die bei Kuratowski mit $X^{-\prime-\prime-}$ bzw. $D(X)$ (bis auf U_I[5]) identisch sind, so dass durch $(X^a X^c)^{acaca}=0$ und $(X^p X^c)^{pcpcp}=0$ (mod U_I) reguläre Menge bzw. Menge von Bairescher Eigenschaft charakterisiert werden.[6] Durch einen Erweiterungssatz oder einfacher direkt lässt sich ferner zeigen, dass das System aller reellen Funktionen Teilmenge eines topologischen Verbandes ist, so dass viele, insbesondere Unstetigkeitsstellen betreffende Sätze bloss als wörtliche Übersetzungen allgemeiner Formeln des Verbandes betrachtet werden können. In dieser Note möchte ich meine Untersuchungen in den Hauptzügen auseinandersetzen in der Hoffnung, die ganze Darstellung an anderer Stelle veröffentlichen zu können.

§ 1. Es seien X, Y, ... Elemente eines gegebenen Systems $\mathfrak{X}$ von der Beschaffenheit, dass für jedes Paar von Elementen $X, Y \in \mathfrak{X}$ eindeutigerweise Elemente $X+Y$ (Summe) und XY (Produkt) erklärt sind, und dass für jedes $X \in \mathfrak{X}$ Elemente X^c (Komplement von X) und X^a (abgeschlossene Hülle oder kürzer Abschliessung von X) in $\mathfrak{X}$ eindeutigerweise zugeordnet werden. Die Summen, Produkte, Komplemente und

---

1) C. Kuratowski: Sur l'opération $\bar{A}$ de l'analysis situs, Fund. Math. III (1922), und Topologie I (1933).

2) Für die Literatur verweise ich den Leser auf den Bericht von G. Köthe: Die Theorie der Verbände, ein neuer Versuch zur Grundlegung der Algebra und der projektiven Geometrie, Jahresber. D. M. V. Bd. **47** (1937).

3) M. H. Stone: Applications of the theory of Boolean rings to general topology, Trans. Amer. Math. Soc., Vol. **41** (1937).

4) Da bei unserer Theorie kein Begriff von Punkten a priori in Betracht kommt, so soll man statt Menge besser Element sagen. Diese Stellungnahme ist betont bei O. Ore: On the foundation of abstract algebra. I, Ann. of Math. Vol. **36** (1935).

5) U_I bedeutet das grösste offene Element, welches von erster Kategorie ist, und es gilt $X^{pcpcp}=D(X)+XU_I$. Wir schreiben deshalb $X^{pcpcp}=D(X)$ (mod U_I).

6) Indessen ist Herrn S. Kakutani gelungen, eine nicht ganz formale, aber allgemeinere Theorie zu entwickeln, die auch Masstheorie umfasst. Der Grundgedanke beruht auf die Klassenteilung durch Ideale. Seine Mitteilung soll demnächst in dieser Proceeding erscheinen.