14. Über den Allgemeinen Zellenbegriff und die Zellenzerspaltungen der Komplexe.

Von Kunihiko KODAIRA.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Feb. 12, 1938.)

Es sei X ein (absoluter) Komplex, $\overset{*}{X}$ ein Teilkomplex von X, und $\mathfrak{J}$ ein beliebig vorgegebener Koeffizientenbereich.

Definition 1. X heisst eine r-dimensionale allgemeine Zelle mit der Seite $\overset{*}{X}$ in bezug auf $\mathfrak{J}$, wenn die Bettischen Gruppen $B^s_{\mathfrak{J}}(X, \overset{*}{X})$ von X mod $\overset{*}{X}$ für alle $s \neq r$ gleich Null sind:

$$B^s_{\mathfrak{J}}(X, \overset{*}{X}) = 0 \quad \text{für} \quad s \neq r\,.$$

Dieser allgemeine Zellenbegriff ist eine unmittelbare Verallgemeinerung des Begriffes der gewöhnlichen kombinatorischen Zellen.[1] In der vorliegenden Arbeit soll, diesem allgemeinenen Zellenbegriff entsprechend, ein allgemeiner Begriff der Zellenzerspaltungen und der algebraischen Zellenkomplexen eingeführt und dessen Brauchbarkeit gezeigt werden.[2]

1. Allgemeine algebraische Zellenkomplexe.

Es sei D ein endlicher n-dimensionaler Zellenraum im Tuckerschen Sinne.[3] Die Elemente von D seien mit x^r_i, x^s_j, usw. bezeichnet, wo r die Dimension von x^r_i bedeuten soll. Sei noch zu jedem Element x^r_i eine Abelsche Gruppe $\mathfrak{J}^r_i$ als „Koeffizientenbereich," und zu jedem Paar x^r_i, x^{r-1}_j eine homomorphe (im Fall, wo $\mathfrak{J}^r_i$ topologische Gruppen sind, sogar stetig homomorphe) Abbildung $[x^r_i : x^{r-i}_j]$ von $\mathfrak{J}^r_i$ auf $\mathfrak{J}^{r-1}_j$ zugeordnet, die den folgenden Bedingungen genügen soll:

1) aus $x^r_i \succ x^{r-1}_j$[3] folgt $[x^r_i : x^{r-1}_j] = 0$.

2) $\sum_j [x^{r+1}_i : x^r_j]\,[x^r_j : x^{r-1}_k] = 0$ für $r \geqq 1$.

$[x^r_i : x^{r-1}_j]$ ist eine Verallgemeinerung der Tuckerschen „incident number."[3]

Definition 2. Ein algebraischer Komplex C aus D ist ein formaler linearer Ausdruck von der Form:

$$C = \sum_i t^r_i x^r_i\,, \qquad t^r_i \in \mathfrak{J}^r_i\,.$$

Der Rand $\dot{C}$ von $C = \sum_i t^r_i x^r_i$ ist definiert durch

---

1) P. Alexandroff und H. Hopf: Topologie I. Kap. VI.

2) Vgl. P. Alexandroff: Zur Homologietheorie der Kompakten, Kompositio Math. 4.

3) Tucker: Cell Spaces. Annals of Math. Vol. 37.

In D ist eine Relation $\succ$ definiert: $x^r_i \succ x^s_j$ bedeutet nämlich, dass x^s_j eine Seite von x^r_i ist.