78. Über die Darstellungen der Verbände.

Von Hidetaka TERASAKA.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Osaka.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Oct. 12, 1938.)

In dieser vorläufigen Mitteilung sollen einige neuen Begriffe sowie Sätze bezüglich der Darstellungen der Verbände, ohne oder mit den Andeutungen der Beweise, dargestellt werden. Je nach den Gegenständen ist sie in drei Paragraphen eingeteilt.

§1.

Jeder distributive Verband mit 0 und 1 lässt sich nach M. H. Stone und H. Wallman[1] sowohl durch eine Klasse von abgeschlossenen Punktmengen eines T_1-Raumes, als auch durch eine Klasse von offenen Punktmengen eines Hausdorffschen Raumes darstellen. Im ersten Falle ist der T_1-Raum bekanntlich *bikompakt*. Das Ziele dieses Paragraphen ist es zu zeigen, dass *der Hausdorffsche Raum* im zweiten Falle *kompakt* ist.

Um dies zu beweisen ist es bequemer, den Begriff des Verbandes ein wenig zu verallgemeinern.[2]

Wir wollen die Klasse von Elementen A, B, X, Y, usw. *allgemeinen komplementären Verband* nennen, und kurz mit $\mathfrak{K}$ bezeichnen, wenn es unter den Elementen von $\mathfrak{K}$ die $\subset$-Beziehung erklärt ist, die den folgenden Axiomen genügt:

K_1. $A \subset A$.

K_2. $A \subset B,\ B \subset C \rightarrow A \subset C$.

K_3. *Es gibt das Nullelement* 0 *und das Einselement* 1 *in* $\mathfrak{K}$, *so dass für jedes* $A \in \mathfrak{K}$ *gilt* $0 \subset A \subset 1$.

K_4. *Zu jedem* $A \in \mathfrak{K}$ *gibt es ein eindeutig bestimmtes Element* A^c, *das* Komplement *von* A, *mit den folgenden Eigenschaften:*

i) $A \subset X,\ A^c \subset X \rightarrow X = 1$,

ii) $X \subset A,\ X \subset A^c \rightarrow X = 0$.

K_5. $(X \subset A,\ X \subset B \rightarrow X = 0) \rightarrow B \subset A^c$.

Beispiel: Die Klasse aller Ellipsen (Inneren sowie Äusseren) im Euklidischen R^2.

Aus K_3 folgt, dass es zu je zwei Elementen A und B von $\mathfrak{K}$ mindestens ein X bzw. Y gibt, so dass gelten $A \subset X$ und $B \subset X$ bzw.

1) M. H. Stone: Topological Representations of Distributive Lattices and Brouwerian Logics, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, **67** (1937). M. H. Stone: Applications of the Theory of Boolean Rings to General Topology, Trans. Amer. Math. Soc. **41** (1937). H. Wallman: Lattices and Topological Spaces, Annals of Math. **38** (1938).

2) Dies ist nicht notwendig. Denn der allgemeine komplementäre Verband (s. unten) lässt sich leicht zur Booleschen Algebra erweitern. Vgl. MacNeille: Partially Ordered Set. Trans. Am. Math. Soc. **42** (1937).