71. Über die Äquivalenz der Darstellungen endlicher Gruppen durch halblineare Transformationen.

Von Kenjiro SHODA.
Mathematical Institute, Osaka Imperial University.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Oct. 12, 1938.)

Die in den früheren Arbeiten[1] entwickelte Theorie der Darstellungen endlicher Gruppen durch halblineare Transformationen wird in der vorliegenden Note ergänzt durch Einführung eines neuen Äquivalenzbegriffes.

Es sei K ein Körper, $S, T, \dots$ Automorphismen von K. Eine halblineare Transformation

$$x_i' = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j^S$$

mit den Koeffizienten a_{ij} aus K wird durch eine Matrix $A=(a_{ij})$ und einen Automorphismus S bestimmt; sie wird mit (A, S) bezeichnet. Dann ist

$$(A, S)\ (B, T) = (A^T B, ST).$$

Bilden die halblinearen Transformationen (A_σ, S) eine Darstellung einer endlicher Gruppe $\mathfrak{G}$, so bilden die Automorphismen S eine zu $\mathfrak{G}$ homomorphe, also eine zur Faktorgruppe $\mathfrak{G}/\mathfrak{H}$ isomorphe Gruppe $\mathfrak{A}$, wobei $\mathfrak{H}$ aus den (A, S) mit dem identischen Automorphismus S besteht.

Wir werden zunächst, wie in den früheren Arbeiten, die Gruppe $\mathfrak{A}$ und die homomorphe Abbildung von $\mathfrak{G}$ auf $\mathfrak{A}$ festsetzen. Zwei Darstellungen (A_σ, S), (B_σ, S) heissen zueinender *ähnlich*, wenn es eine Matrix U mit nicht verschwindender Determinante gibt, die der Bedingung $U^{-S}A_\sigma U = B_\sigma$ genügt. In den früheren Arbeiten hiessen solche Darstellungen äquivalent. Für die Definition der Äquivalenz ist es aber zweckmässiger sie von der Festsetzung von $\mathfrak{A}$ und der homomorphen Abbildung von $\mathfrak{G}$ auf $\mathfrak{A}$ zu befreien. Solche Definition erhält man wie folgt.

Da ersichtlich

$$x_i'^T = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^T\, x_j^{ST}$$

ist, so kann man die halblineare Transformation (A, S) als eine lineare Transformation mit den Variablen $x, x^S, x^T, \dots$ auffassen, die wir augenblicklich mit $(A, S)^*$ bezeichnen mögen. Bilden die (A_σ, S) eine Darstellung von $\mathfrak{G}$, so bilden die $(A_\sigma, S)^*$ auch eine Darstellung von $\mathfrak{G}$. Diese beiden Darstellungen bezeichnen wir mit $(\mathfrak{G})$ und $(\mathfrak{G})^*$. Die den Elementen aus $\mathfrak{H}$ zugeordneten Transformationen aus $(\mathfrak{G})$ bilden eine

---

1) T. Nakayama und K. Shoda, Über die Darstellung einer endlichen Gruppe durch halblineare Transformationen, Jap. Journal Math. **12** (1936), 109–122. Vgl. auch M. Osima, Über die Darstellung einer Gruppe durch halblineare Transformationen, Proc. Physico-Math. Soc. Japan, **20** (1938), 1–5.