

## 85. Über die Überdeckungen von Zellenräumen. I.

Von Atuo KOMATU.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Osaka.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Nov. 12, 1938.)

In meiner früheren Arbeit<sup>1)</sup> definierte ich die Reidemeisterschen Überdeckungen<sup>2)</sup> von Komplexen für Zellenräume. In der vorliegenden Arbeit wird dieser Überdeckungsbegriff etwas verallgemeinert, und dann wird ebenfalls die Dualitätsrelation erklärt.

1. Es sei  $K$  ein  $n$ -dimensionaler Zellenraum im Tuckerschen Sinne. Die Elemente von  $K$ , die Inzidenzmatrix und die Überlagerung von  $K$  seien bzw. mit  $a_i^k$ ,  $\epsilon_{ij}^k$  und  $U$  bezeichnet.

Wir setzen jetzt die folgenden Bedingungen über die Inzidenzbeziehungen  $\epsilon_{ij}^k$  voraus:

1) Aus  $a_i^k \triangleright a_j^{k-1}$  folgt  $\epsilon_{ij}^k = 0$ .

2) Ist  $\epsilon_{ji}^{k-1}$  die Inzidenzzahl zwischen den  $a_j^{k-1}$  und  $a_i^{k-2}$ , dann ist

$$\sum_j \epsilon_{ij}^k \epsilon_{jl}^{k-1} = 0 \quad 3)$$

*Definition.* Eine Überlagerung  $U$  heisse eine  $u$ -Überdeckung  $U_u$ , wenn die Zellen über eine Zelle  $a_i^k$  von  $K$  eine kommutative Gruppe  $\mathfrak{A}_i^k$  bilden, und jeder Zelle aus  $U_u$  eineindeutig ein Symbol  $x a_i^k$  zugeordnet ist, worin  $x$  ein Element aus der Gruppe  $\mathfrak{A}_i^k$  bedeutet. Wenn die Zellen  $a_i^k$  und  $a_j^{k-1}$  in  $K$  miteinander inzident sind, so ist jede Zelle  $x a_i^k$  mit einer Zelle  $x' a_j^{k-1}$  inzident, worin  $x'$  ein durch  $x$  eindeutig bestimmtes Element von  $\mathfrak{A}_j^{k-1}$  ist, und zwar ist die Zuordnung  $\gamma_{ij}^k x = x'$  ein Homomorphismus von  $\mathfrak{A}_i^k$  in  $\mathfrak{A}_j^{k-1}$ .

Umgekehrt definieren wir eine  $o$ -Überdeckung  $U_o$  so, dass jede Zelle  $y' a_j^{k-1}$  aus  $U_o$  mit einer Zelle  $y a_i^k$  inzident ist und die Zuordnung  $\bar{\gamma}_{ji}^k y' = y$  ein Homomorphismus von  $\mathfrak{B}_j^{k-1}$  in  $\mathfrak{B}_i^k$ , worin  $\mathfrak{B}_j^{k-1}$  bzw.  $\mathfrak{B}_i^k$  die den Zellen  $a_j^{k-1}$  bzw.  $a_i^k$  zugeordneten Abelschen Gruppen sind.

In beiden Fällen genügen die Homomorphismen  $\gamma_{ij}^k$ ,  $\bar{\gamma}_{ji}^k$  den folgenden Relationen:

$$\begin{aligned} 3) \quad & \gamma_{jl}^{k-1} \gamma_{ij}^k = \gamma_{ml}^{k-1} \gamma_{im}^k \\ & \bar{\gamma}_{ji}^k \bar{\gamma}_{lj}^{k-1} = \bar{\gamma}_{mi}^k \bar{\gamma}_{lm}^{k-1} \quad 4) \end{aligned}$$

1) A. Komatu: Über die Dualitätssätze der Überdeckungen. Jap. Jour. Math. **8** (1936). Darin machte ich einen Fehler, der aber für die Arbeit unwesentlich ist. Wir müssen das Lemma (§2) in folgender Weise verbessern. „Es seien  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$  zwei im kleinen bikompakte topologische Abelsche Gruppen, von denen jede die Charakterengruppe der anderen im Sinne von Pontrjagin und van Kampen ist. Dann ist der stetige Automorphismenring von  $\mathfrak{A}$  mit dem von  $\mathfrak{B}$  *reziprok isomorph*“. Daher können wir nicht behaupten, dass die beiden Darstellungen der Wegegruppe einer Mannigfaltigkeit bei den „dualen“ Überdeckungen identisch sind.

2) K. Reidemeister: Überdeckungen von Komplexen. Crelle's Jour. **173**.

3) Diese Bedingung ist nach Kolmogoroff die Axiome AUJ u. AOJ für ganzzahligen Koeffizientenbereich über Zellenräume. Vgl. Kolmogoroff: Über die Dualität im Aufbau der Kombinatorischen Topologie. Rec. Math. **1**.

4) Die  $u$ -Überdeckung ist also dem allgemeinen algebraischen Zellenkomplex von H. Kodaira sehr ähnlich. Vgl. K. Kodaira: Über den allgemeinen Zellenbegriff und die Zellenzerspaltungen der Komplexe. Proc. **14** (1938), 49.