2. Über die Überdeckungen von Zellenräumen. II.

Von Atuo KOMATU.
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Osaka.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Jan. 12, 1939.)

Der Zweck dieser Note ist die folgenden Untersuchungen vorzunehmen: (1) über die stetige Abbildung der Überdeckungen von Zellenräumen,[1] (2) über die Beziehungen zwischen den zwei verschiedenen Überdeckungen eines Zellenraumes D, und (3) über die Bedingung[2] dafür, dass die Homologiegruppe einer Überdeckung des baryzentrisch unterteilten Komplexes D_0 von D isomorph wird.

Nach dieser Bedingung können wir behaupten, dass die Homologiegruppe einer Überdeckung von einem simplizialen Komplex bei Unterteilungen invariant bleibt.

1. Eine Abbildung h eines Zellenraumes D_1 in einen Zellenraum D_2 heisst stetig, wenn die folgende Bedingung besteht.

$$\text{Aus} \quad a_i^r > a_j^{r-1} \quad \text{folgt} \quad h(a_i^r) \geqq h(a_j^{r-1}).$$

Eine stetige Abbildung h von D_1 in D_2 heisst *randtreu*, wenn die folgenden Bedingungen bestehen.

A). Ist $a_i^r > a_j^{r-1}$, so ist $\dim h(a_j^{r-1})+1 \geqq \dim h(a_i^r)$.

B). Ist $h(a_i^r)=b_k^r$, so gehen die $(r-1)$-dimensionalen Randelemente von a_i^r bei h auf die $(r-1)$-dimensionalen Randelemente von b_k^r isomorph über.

C). Ist $h(a_i^r)=h(a_j^{r-1})=b_k^{r-1}$, so geht noch eine Seite a_l^{r-1} von $-a_i^r$ bei h auf das Element b_k^{r-1} über.

Die simplizialen Abbildungen eines Komplexes in einen anderen Komplex sind natürlich randtreu.

Eine stetige Abbildung h von einer u-Überdeckung U_1 von D_1 in eine u-Überdeckung U_2 von D_2 wird mit Hilfe einer stetigen Abbildung h von D_1 in D_2 wie folgt definiert:

a). Ist $h(a_i^r)=b_k^s$, $a_i^r \in D_1$, $b_k^s \in D_2$, so gibt es einen Homomorphismus δ_{ki}^{sr} von $\mathfrak{A}_i^r$ in $\mathfrak{B}_k^s$, wobei die Gruppen $\mathfrak{A}_i^r$ und $\mathfrak{B}_k^s$ den Zellen a_i^r von U_1 und b_k^s von U_2 zugeordnet sind.

$$h(xa_i^r) = \delta_{ki}^{sr} x b_k^s.$$

b). $\overset{*}{\gamma}{}_{ji}^r$, γ_{lk}^r seien die Homomorphismen von $\mathfrak{A}_i^r$ in $\mathfrak{A}_j^{r-1}$ bzw. $\mathfrak{B}_k^r$ in $\mathfrak{B}_l^{r-1}$. Ist $h(a_i^r)=b_k^s$, $h(a_j^{r-1})=b_l^t$, $a_i^r > a_j^{r-1}$, $b_k^s \geqq b_l^t$, so gilt

$$\delta_{lj}^{t\,r-1} \overset{*}{\gamma}{}_{ji}^r = \gamma_{l\cdot}^{t+1} \cdots \gamma_{\cdot k}^s \delta_{ki}^{sr}, \tag{1}$$

wo $\gamma_{lk}^{ts} = \gamma_{l\cdot}^{t+1} \cdots \gamma_{\cdot k}^s$ ein Homomorphismus von $\mathfrak{B}_k^s$ in $\mathfrak{B}_l^t$ bei U_2 ist. Ist insbesondere $b_k^s = b_l^t$, $s=t$, so ist $\delta_{lj}^{t\,r-1} \overset{*}{\gamma}{}_{ji}^r = \delta_{li}^{tr}$.

1) A. Komatu: Über die Überdeckungen von Zellenräumen. I. Proc. **14** (1938), 340.

2) Diese Bedingung ist dieselbe wie bei gewöhnlicher Homologiegruppe eines Zellenraumes; vgl. A. Komatu: Über die Bettische Gruppe der Zellenräume. Proc. **14** (1938), 304.