53. *Sur l'approximation des fonctions continues par des fonctions harmoniques (II).*

Par Masao INOUE.
Institut Mathématique, Université Impériale d'Osaka.
(Comm. by T. YOSIE, M.I.A., July 12, 1939.)

Dans la première Note[1] nous avons vu que chaque fonction réelle, définie et continue sur un ensemble fermé et borné de classe (P) peut être considérée comme la limite d'une suite de fonctions harmoniques, uniformément convergente sur cet ensemble. Dans la Note présente nous allons nous occuper de la structure géométrique de l'ensemble de classe (P).

1. Voici la définition de l'ensemble de classe (P):

Soit F un ensemble plan fermé et borné. On dira que F est de classe (P) lorsqu'il existe une constante positive d et une suite de domaines réguliers pour le problème de Dirichlet $\{D_n\}$ telles que

1° F soit contenu dans tout D_n;

2° pour chaque point z de F, on puisse trouver une suite de points frontières z_n (de D_n) tendant vers z de manière à avoir:

$$\mathfrak{P}_{D_n, z_n} \supset [0, d] \qquad (n=1, 2, \dots),$$

où $\mathfrak{P}_{D_n, z_n}$ désigne la projection circulaire de D_n ayant z_n comme centre. Outre cette condition, nous avons ajouté une autre condition notée (α) dans la Note précédente. Mais, étant donné la tendance de z_n vers z, on trouve facilement que la condition (α) est inutile.

D'autre part, on dira qu'un ensemble F fermé et borné jouit de la propriété P lorsqu'il existe une constante positive d satisfaisant à la condition suivante: Ecrivons une circonférence de centre $z \in F$ et de rayon λ. On peut alors trouver, quel que soit λ, un point z^* non situé sur F, à l'intérieur de cette circonférence, tel que toute circonférence de centre z^* et de rayon $\leqq d$ contient des points non situés sur F.

On verra alors facilement que l'ensemble de classe (P) jouit de la propriété P. Maintenant on est en état de démontrer inversement que l'ensemble F fermé et borné jouissant de la propriété P est de classe (P).

Passons à la démonstration:

n étant un nombre naturel, formons un cercle ouvert $C_n(z)$ de centre z et de rayon $\frac{1}{2n}$, relatif à chaque point z de F. Comme F est fermé er borné, on peut en extraire un nombre fini de $C_n(z_i)$ ($z_i \in F$; $i=1, 2, \dots, k$) de sorte que $\sum_{i=1}^{k} C_n(z_i)$ recouvre F. Considérons d'abord un indice i fixé. Puisque F jouit de la propriété P, il existe un point $z_{n,i} \bar{\in} F$, dans l'intérieur de $C_n(z_i)$, tel que toute circonférence de centre

1) M. Inoue: Sur l'approximation des fonctions continues par des fonctions harmoniques, Proc. **15** (1939), 177–181.