14. Über die Überdeckungen von Zellenräumen, III.

Von Atuo KOMATU.
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Osaka.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., March 12, 1940.)

In dieser dritten Note sind einige wichtige Eigenschaften der Reidemeisterschen Überdeckung untersucht.

Es seien K ein endlicher Zellenraum, $\mathfrak{F}$ die Fundamentalgruppe von K. U sei eine Überdeckung von K in bezug auf eine Koeffizientengruppe $\mathfrak{J}$. Dann bestimmt U eine Darstellung,[1] d. h. eine homomorphe Abbildung g von $\mathfrak{F}$ in die Automorphismengruppe Γ, die aus allen invertierbaren Automorphismen von $\mathfrak{J}$ auf sich besteht.

Das Hauptresultat dieser Arbeit besteht darin, dass die Bettische Gruppe von einer Überdeckung U nur von der Darstellung g abhängt.

Zwei Überdeckungen U_1 und U_2 von K in bezug auf $\mathfrak{J}$ heissen äquivalent, wenn U_1 und U_2 eine gleiche Darstellung g von $\mathfrak{F}$ in Γ bestimmen.

a^r sei eine Zelle von K. Ein Automorphismus γ heisst Inzidenzautomorphismus bezüglich a^r, wenn γ bei U zwischen a^r und a^{r+1} ($a^{r+1} > a^r$), oder zwischen a^r und a^{r-1} ($a^r > a^{r-1}$) definiert ist. Ist γ ein Inzidenzautomorphismus bezüglich a^r bei einer Überdeckung U, so ist es auch γ^{-1}.

Zwei äquivalente Überdeckungen U_1 und U_2 heissen benachbart, wenn ihre Automorphismen bis auf Inzidenzautomorphismen bezüglich eines a^r identisch sind. Dann gilt der folgende

Satz 1. Zwei äquivalente Überdeckungen U_1 und U_2 werden durch eine Folge von benachbarten Überdeckungen verbunden.

Über die Bettische Gruppe kann man folgendes beweisen:

Satz 2. Zwei benachbarte Überdeckungen U_1 und U_2 von K haben isomorphe Bettische Gruppen $B^i(K, U_1)$ und $B^i(K, U_2)$.

Aus Satz 1 und Satz 2 folgt sofort der

Satz 3. Äquivalente Überdeckungen haben isomorphe Bettische Gruppen.

Aus Satz 3 kann man die interessante Folgerung ziehen:

Satz 4. Bei einer wesentlichen[1a] Überdeckung U von einer n-dimensionalen orientierbaren Mannigfaltigkeit M^n verschwindet die n-Bettische Gruppe.

Beweis von Satz 1. K_0 sei die baryzentrische Unterteilung[2] von K. Die Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}$ von K ist als Fundamentalgruppe von

---

1) K. Reidemeister: Überdeckungen von Komplexen. Crelles Jour. **173**.

1a) Eine Überdeckung heisst wesentlich, wenn es unter den Inzidenzautomorphismen bei jeder damit äquivalenten Überdeckung wenigstens einen von Identität verschiedenen Automorphismus gibt, d. i. wenn die Darstellung g von $\mathfrak{F}$ in Γ nicht trivial ist.

2) P. Alexandroff: Discrete Räume. Recueil Math. **2** (44), **3** (1937).