PAPERS COMMUNICATED

64. Une généralisation des théorèmes de MM. Picard-Nevanlinna sur les fonctions méromorphes.

Par Kinjiro KUNUGUI.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Oct. 11, 1941.)

§ 1. Introduction. L'allure d'une fonction méromorphe et uniforme dans un voisinage d'un point singulier essentiel et isolé a été l'objet des recherches de plusieurs auteurs. Le but de cette Note est de généraliser des théorèmes dûs à M. R. Nevanlinna[1] sur la distribution des valeurs. *La généralisation sera donnée concernant les domaines de définition des fonctions méromorphes.* Soient D un domaine quelconque (d'ordre de connexion finie ou infinie) situé dans le plan complexe z et z_0 un des points non isolés de sa frontière Γ. Nous pouvons supposer sans restreindre la généralité que $z_0=\infty$. Soit $w=f(z)$ une fonction méromorphe et uniforme dans D. Introduisons d'abord avec M. W. Gross[2], les notions des *ensembles de valeurs d'agglomération.*

Pour cela, désignons par K_n l'extérieur du cercle $|z|\leq n$, et par A_n l'ensemble de toutes les valeurs prises par $f(z)$ pour z appartenant à la partie commune à D et à K_n. Posons $R_{z_0}^{(D)}=\prod_{n=1}^{\infty} A_n$ et $S_{z_0}^{(D)}=\prod_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n$, où $\bar{A}_n$ désigne la fermeture de A_n (la métrique étant considérée toujours sur la sphère de Riemann au rayon $1/2$ et tangente à l'origine du plan w. Désignons, d'autre part, par B_n la somme des ensembles $S_{z'}^{(D)}$, la sommation s'étendant à tous les points frontières z' satisfaisant à l'inégalité: $n<|z'|<\infty$. Posons enfin, $S_{z_0}^{(\Gamma)}=\prod_{n=1}^{\infty}\bar{B}_n$. $S_{z_0}^{(D)}$ et $S_{z_0}^{(\Gamma)}$ s'appellent deux ensembles de valeurs d'agglomération. Ils sont des ensemble fermés et satisfont toujours à l'inclusion: $S_{z_0}^{(D)}\geq S_{z_0}^{(\Gamma)}$. Or, nous avons démontré que $S_{z_0}^{(D)}-S_{z_0}^{(\Gamma)}$ est un ensemble ouvert[3] et par suite se décompose en un nombre fini ou une infinité dénombrable des composants connexes: $S_{z_0}^{(D)}-S_{z_0}^{(\Gamma)}=\sum_{n=1}^{\infty}\Omega_n$.

§ 2. Fonctions caractéristiques. Soient, maintenant, w_0 un point appartenant à un composant Ω_n et Δ un domaine quelconque contenant dans son intérieur le point w_0, contenu dans Ω_n et entouré par un nombre fini des courbes analytiques, situées complètement dans l'intérieur de Ω_n. D'ailleurs, nous supposons que, dans le cas où $w_0\neq\infty$, Δ ne contient pas le point ∞, et dans le cas où $w_0=\infty$, Δ ne contient pas le point 0.

---

1) Voir p. ex. R. Nevanlinna: Zur Theorie der meromorphen Funktionen, Acta Math. **46** (1925); Le théorème de Picard-Borel et la théorie des fonctions méromorphes, Paris, 1929; Eindeutige analytische Funktionen, Berlin, 1936.

2) W. Gross: Zum Verhalten analytischer Funktionen in der Umgebung singulärer Stellen, Math. Zeitschrift. Bd. **2** (1918), pp. 242-294.

3) K. Kunugui: Sur un théorème de MM. Seidel-Beurling, Proc. **15** (1939), 27-32.