

99. *Einheitliche Theorie der Funktionen einer binären komplexen Veränderlichen, 2¹⁾.*

Von Tsurusaburo TAKASU.

Mathematisches Institut der Tohoku Kaiserlichen Universität, Sendai.

(Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Dec. 12, 1941.)

Im I. Abschnitt²⁾ habe ich die Grundbegriffe der Theorie der Funktionen einer binären komplexen Veränderlichen $z = x + jy$, ($j^2 = \mu + \nu j$; μ, ν, x, y : reelle Zahlen) skizziert. Im Folgenden möchte ich (i) drei Beweisweisen des Analogons der Cauchyschen Integralformel angeben, (ii) das Analogon des Moreraschen Satzes beweisen, und dann (iii) drei verbesserte Beweise der Beltrami-Pompéiuschen Integralformel ausführen.

1. *Bezeichnungen.*

$$\begin{aligned} z &= x + jy = \rho(\cos j \theta + j \sin j \theta) = \rho e^{j\theta}, \\ \bar{z} &= x + \bar{j}y = \rho(\cos j \theta + \bar{j} \sin j \theta) = \rho e^{-j\theta}, \\ \rho^2 &= z\bar{z} = x^2 + \nu xy - \mu y^2, \quad \rho = \|z\| = \|\bar{z}\|, \\ \cos j^2 \theta + \nu \cos j \theta \sin j \theta - \mu \sin j^2 \theta &= 1, \\ \sin j \theta &= \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j - \nu}, \quad \cos j \theta = \frac{j(e^{j\theta} + e^{-j\theta}) - \nu e^{j\theta}}{2j - \nu}. \end{aligned}$$

Das Zeichen $|z|$ bedeute im Falle $\nu^2 + 4\mu$

< 0	$\rightarrow 0$	> 0
den absoluten Betrag im gewöhnlichen Sinne:		den absoluten Betrag des Segmentes, welches die isotrope Gerade $(X-x) + j(Y-y) = 0$ aus der x -Achse ausschneidet.
$ z = \ \ z\ \ = \ \ \bar{z}\ \ .$		

2. *Ein Analogon zum Cauchyschen Integralsatz.* Die Formel

$$(1) \quad \int_C f(z) dz = 0$$

für analytische Funktion $f(z)$ und für einfachgeschlossene Kurve C ist eine unmittelbare Folge der Greenschen Formel und der verallgemeinerten Cauchy-Riemannschen Gleichungen: $u_1 \equiv \mu v_x - u_y = 0$, $v_1 \equiv u_x + \nu v_x - u_y = 0$, und ist in der Formel

1) Dieses Stück gehört zur Reihe von Untersuchungen, welche auf Kosten der Ausgaben des Unterrichtsministeriums für wissenschaftlichen Forschung ausgeführt werden.

2) Proc. **17** (1941), 349-357. Zur dortigen Literaturliste möchte ich die Folgenden hinzufügen:

M. Futagawa, On the Theory of a Quaternary Variable. Tohoku Math. Journ., **20** (1928), 173-222.

M. Futagawa, On the Theory of a Quaternary Variable (Part II). Ibid., **35** (1932), 69-120.

F. Ringleb, Beiträge zur Funktionentheorie in komplexen Systemen I. Rend. Palermo, **57** (1933), 311-350.