14. *Sur la structure des ensembles.*

Par Motokiti KONDÔ.
L'institut mathématique, l'université impériale à Sapporo.
(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Feb. 12. 1942.)

Mlle L. Keldych a écrit dans C. R. Acad. Sc. U. R. S. S. dès 1938 quelques notes sur les ensembles mesurables (B). Récemment, j'ai la chance de les lire avec intéresse et obtenu quelques résultats lies avec celles-ci. Ce sont ce que j'écrirai dans cette note.

La recherche de Mlle L. Keldych est fondée sur la notion de l'équivalence transfini, et les éléments canoniques de la classe α sont donnés sur ce point de vue. D'après ses résultats, deux éléments canoniques quelconques de la classe α sont homéomorphes et pour qu'un élément de la classe α soit canonique, il est nécessaire et suffisant qu'il soit sur chaque portion de sa ferméture un élément de la classe α universel de premier catégorie.

Dans sa démonstration de ces propositions, la notion de l'équivalence transfini a été toujours employée. Or, il me parait qu'on peut voir les sans fairer appeler celle-ci et de plus pour le cas plus général. Pour cela, nous posons d'abord le lemme suivant.

Lemme. Soit $\mathfrak{F}$ *une famille des ensembles linéaires telle qu'on ait*

(*1*) *quand nous avons* $E \in \mathfrak{F}$, *tout ensemble linéaire homéomorphe à* E *appartient aussi à* $\mathfrak{F}$,

(*2*) *quand nous avons* $E \in \mathfrak{F}$, *toute partie commune de* E *et un ensemble fermé appartient aussi à* $\mathfrak{F}$.

Si les deux ensembles $U^{(k)}$ $(k=1, 2)$ *de* $\mathfrak{F}$ *jouissent des propriétés suivantes*

(*3*) $U^{(k)}$ $(k=1, 2)$ *sont de premier catégorie dans leur ferméture* $\bar{U}^{(k)}$,

(*4*) *pour un ensemble* E *de* $\mathfrak{F}$, *il existe dans chaque portion de la ferméture* $\bar{U}^{(k)}$ *un ensemble fermé* $F^{(k)}$ *tel que la partie commune* $U^{(k)}$ *et* $F^{(k)}$ *soit homéomorphes* E,

$U^{(k)}$ $(k=1, 2)$ *sont aussi homéomorphe à l'un l'autre.*

Démonstration. Puisque les ensembles $U^{(k)}$ $(k=1, 2)$ sont de premier catégories dans leur ferméture, il existe deux suites des ensembles fermés $\{P_n^{(k)}\}$ $(k=1, 2\,;\ n=1, 2, \ldots)$ telles qu'on ait $U^{(k)}=\sum_{n=1}^{\infty} P_n^{(k)}U^{(k)}$ et que $P_n^{(k)}$ soit non dense dans la ferméture $\bar{U}^{(k)}$. Nous pouvons supposer ici sans perdre la généralité que $P_n^{(k)}$ $(n=1, 2, \ldots)$ soient parfaits et disjoints deux à deux.

Maintenant, nous définirons par l'induction une correspondance $\varphi(x)$ entre les points de $U^{(1)}$ et $U^{(2)}$ d'une manière suivantes. Soient ε_{mn} $(m, n=1, 2, \ldots)$ les nombres positifs tels qu'on ait $\lim_{m\to\infty} \sup_n \varepsilon_{mn}=0$. Comme nous avons $P_1^{(1)}E^{(1)} \in \mathfrak{F}$, il existe un ensemble fermé $Q_1^{(2)}$ tel que $Q_1^{(2)}E^{(2)}$

1) L. Keldych, Sur la structure des ensembles mesurables (B), C. R. Acad. Sc. U. R. S. S., **31** (1941).