10. *Die Theorie der Klassenkörper im Kleinen über diskret perfekten Körpern. I.*

Von Mikao MORIYA.
Mathematisches Institut der Kaiserlichen Hokkaido Universität, Sapporo.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Feb. 12, 1942.)

Wie in der vorangehenden Note bezeichnet k einen *diskret perfekten* Körper in bezug auf einen Primdivisor $\mathfrak{p}$, und der Restklassenkörper $k/\mathfrak{p}$ besitzt wieder die im Anfang der vorangehenden Note aufgestellten Beschaffenheiten 1) und 2).

Ich will in den in einer Reihe erscheinenden Noten zu zeigen versuchen, wie man über k als Grundkörper die *Klassenkörpertheorie im Kleinen* aufbauen kann. Die Sätze aus der klassischen Klassenkörpertheorie im Kleinen lassen sich hier auch, abgesehen vom *Existenzsatz*, rein arithmetisch und algebraisch beweisen. Den Beweis des Existenzsatzes kann man aber nicht mehr rein arithmetisch und algebraisch erbringen; vielmehr muß man dazu die topologische Methode heranziehen.

Die multiplikative abelsche Gruppe, welche alle von Null verschiedenen Elemente aus k bilden, soll im folgenden durchweg mit A bezeichnet werden. Für eine endliche separable Erweiterung K über k bezeichnet $H(K, k)$ die Gesamtheit der Normen aller von Null verschiedenen Elemente aus K nach k, und wird im folgenden stets die K zugeordnete *Normgruppe* in k genannt. Eine endliche separable Erweiterung K über k heißt ein *Klassenkörper* (über k), wenn

$$(K:k)=\big(A:H(K, k)\big)$$

gilt.

Im vorliegenden Teil I beweise ich den sogenannten Umkehrsatz, Isomorphiesatz und Eindeutigkeitssatz für die *abelschen* Klassenkörper. Daß jeder Klassenkörper über k stets abelsch ist, wird erst im Teil II bewiesen.

1. Satz 1. *Ist Z eine separable zyklische Erweiterung vom Grade n über k, so ist Z stets ein Klassenkörper über k, und die Galoisgruppe von Z über k ist isomorph mit der Klassengruppe $A/H(Z, k)$.*

Beweis. Eine normale einfache Algebra vom Grade n über k besitzt Z als einen Zerfällungskörper[1]; sie ist also zu einer zyklischen Algebra (a, Z, T) ähnlich, wobei a ein Element aus k und T einen erzeugenden Automorphismus von Z über k bezeichnet. Umgekehrt ist für ein Element a aus A die Algebra (a, Z, T) eine normale einfache Algebra vom Grade n über k. Ordnet man also einem Element a aus A die (a, Z, T) enthaltende Algebrenklasse über k zu, so entsteht ein Homomorphismus von A auf diejenige Untergruppe $\mathfrak{G}_0$ aus der Algebrenklassengruppe über k, die aus allen Algebrenklassen besteht, deren

1) Vlg. die vorangehende Note M. Moriya, Algebrenklassengruppen über diskret perfekten Körpern, Satz 1.