# 59. Über die Charakterisierung des allgemeinen C-Raumes, II.

Von Hidegorô NAKANO.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Tokyo.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., June 12, 1942.)

Wir haben in einer früheren Abhandlung[1] beschrieben:

*Satz. Wenn ein Modul* $\mathfrak{M}$ *in bezug auf den Körper der reellen Zahlen derart teilweisegeordnet ist:*

1) $a > c$ *folgt aus* $a > b$ *und* $b > c$,
2) $a \not> a$,
3) *für je zwei Elemente* $a, b$ *gibt es* $a \cup b$ *und* $a \cap b$,
4) $a+c > b+c$ *folgt aus* $a > b$,
5) *aus* $a > 0$ *folgt* $\alpha a > 0$ *für jede positive Zahl* $\alpha$;

*derart normiert ist:*

I) $\|a\| \geqq 0$, *und* $\|a\|=0$ *besteht nur im Falle* $a=0$,
II) $\|\alpha a\| = |\alpha|\,\|a\|$ *für jede reelle Zahl* $\alpha$,
M) $\|(|a| \cup |b|)\| = \mathrm{Max}\,(\|a\|, \|b\|)$,
S) *für jede beschränkte Menge positiver Elemente* $\{a_\alpha\}$

$$\underset{\alpha}{\text{Obere Grenze}}\ \|a_\alpha\| = \underset{a_\alpha \leqq b}{\text{Untere Grenze}}\ \|b\|;$$

*und über die Norm vollständig ist, so kann man* $\mathfrak{M}$ *durch alle stetigen Funktionen* $f_a(x)$ (*entsprechend* $a \in \mathfrak{M}$), *oder durch alle, an einem bestimmten Punkt* $x_0$ *verschwindenden, stetigen Funktionen auf einem bikompakten Hausdorffschen Raum* $R$ *vollständig darstellen, und sogar* $\|a\| = \mathrm{Max}\,|f_a(x)|$.

Wir haben diesen Satz zuerst im Falle bewiesen, dass $\mathfrak{M}$ ein vollständiges Element besitzt, und daraus den allgemeinen Fall hergeleitet[2]. Ich habe nachher einen Irrtum im ersten Beweis gefunden. Indem wir den ersten Beweis verbessern, wollen wir hier den allgemeinen Fall unmittelbar beweisen.

*Beweis.* Aus M) folgt sofort: $\|(|a|)\| = \|a\|$, und $\|a\| \leqq \|b\|$ für $|a| \leqq |b|$. Nach II) besteht das Archimedessche Axiom: für $a > 0$ gilt immer $\lim_{\nu\to\infty} \frac{1}{\nu} a = 0$. Man kann dann $\mathfrak{M}$ durch Schnitte[3] $(A, B)$ auf einen Modul $\mathfrak{M}'$ erweitern, der ausserdem der Limesbedingung genügt: für jede absteigende Folge positiver Elemente $a_1' \geqq a_2' \geqq \cdots$ in $\mathfrak{M}'$ gibt es stets das Element $a_0' = \lim_{\nu\to\infty} a_\nu'$ in $\mathfrak{M}'$, für das $a_\nu' \geqq a_0'$, und

1) H. Nakano: Über normierte teilweisegeordnete Moduln, Proc. **17** (1941), 311–317.

2) H. Nakano: Über die Charakterisierung des allgemeinen $C$-Raumes. Proc. **17** (1941), 301–307.

3) H. Nakano: Eine Spektraltheorie, Proc. Phys.-Math. Soc. Japan, **23** (1941), 485–511. Diese Abhandlung wird im folgenden mit e. S. bezeichnet.