

57. Sur la théorie de la distribution des valeurs.

Par Kinjiro KUNUGUI.

Institut de Mathématiques, Université Impériale de Hokkaido, Sapporo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., June 12, 1942.)

Dans une Note¹⁾ parue récemment, nous avons déjà montré comment les notions des ensembles d'agglomération (dues à M. W. Gross) nous permettent de généraliser la théorie de la distribution des valeurs fondée par MM. E. Borel et R. Nevanlinna. Le but de cette Note est de préciser le premier théorème fondamental que nous avons donné dans la Note citée¹⁾.

Soient $w=f(z)$ une fonction méromorphe et uniforme, définie dans un domaine arbitraire D , et z_0 un point non isolé de la frontière I' de D . Nous pouvons supposer, sans restreindre la généralité, que $z_0=\infty$. Soient, maintenant, $S_{z_0}^{(D)}$, $S_{z_0}^{(I')}$ deux ensembles d'agglomération²⁾. $S_{z_0}^{(D)} - S_{z_0}^{(I')}$ est un ensemble ouvert et se décompose en un nombre fini ou une infinité dénombrable des composants connexes: $S_{z_0}^{(D)} - S_{z_0}^{(I')} = \sum_{n=1}^{\infty} \Omega_n$.

Soient, encore, w_0 un point d'un Ω_n et Δ un domaine quelconque contenant dans son intérieur le point w_0 , contenu complètement dans l'intérieur de Ω_n et dont la frontière est formée d'un nombre fini des courbes analytiques situées dans Ω_n . Nous supposons d'ailleurs que, dans le cas où $w_0 \neq \infty$, Δ ne contient pas le point $w=\infty$, et dans le cas où $w_0=\infty$, Δ ne contient pas le point $w=0$.

Il existe alors un nombre ρ_0 ($0 \leq \rho_0$) tel que l'extérieur K_{ρ_0} du cercle $|w| \leq \rho_0$ satisfait à la condition: pour tout point frontière z' ($z' \neq \infty$) de D situé dans K_{ρ_0} ou sur la circonférence-frontière de K_{ρ_0} , l'ensemble $S_{z'}^{(D)}$ est disjoint de la fermeture $\bar{\Delta}$ de Δ . Désignons par $D(r)$ ($\rho_0 < r < +\infty$) la partie commune au domaine D et à l'intérieur du cercle $|z| < r$, et par $D_{\rho_0}(r)$ la partie commune au domaine $D(r)$ et à l'extérieur du cercle $|z| \leq \rho_0$.

Désignons encore par $n(f, r, w_0, \rho_0)$ le nombre des zéros de l'équation

$$(1) \quad f(z) - w_0 = 0$$

(ou des pôles de $f(z)$ dans le cas où $w_0=\infty$) situés dans $D_{\rho_0}(r)$, chaque zéro (ou pôle) étant compté autant de fois que son ordre de multiplicité, et posons

1) K. Kunugui: Une généralisation des théorèmes de MM. Picard-Nevanlinna sur les fonctions méromorphes, Proc. **17** (1941), 283-288.

2) Quant aux définitions et notations ainsi que ses propriétés fondamentales des ensembles d'agglomération, voir p. ex. K. Noshiro: On the theory of the cluster sets of analytic functions, Journ. Fac. Sc. Hokkaido Imp. University, Ser. I, vol. **6** (1938), pp. 217-231 et K. Kunugui: Sur un théorème de MM. Seidel-Beurling, Proc. **15** (1939), 27-32.