90. *Die Theorie der Klassenkörper im Kleinen über diskret perfekten Körpern. II.*

Von Mikao MORIYA.
Mathematisches Institut der Kaiserlichen Hokkaido Universität, Sapporo.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Oct. 12, 1942.)

Wie in der früheren Note[1] bezeichnet k einen diskret perfekten Körper in bezug auf einen Primdivisor $\mathfrak{p}$, und der Restklassenkörper $k/\mathfrak{p}$ besitzt wieder die beiden folgenden Eigenschaften:

1) $k/\mathfrak{p}$ ist vollkommen,
2) zu einer beliebigen natürlichen Zahl n existiert genau eine algebraische Erweiterung vom Grade n über $k/\mathfrak{p}$.

Ferner benutzen wir im folgenden alle dort eingeführten Bezeichnungen ohne Erklärung. Nun schicken wir als Vorbereitung einige Hilfssätze voran.

Hilfssatz 1. Es sei K/k ein Klassenkörper, und $\bar{K}$ ein Zwischenkörper von K/k. Ist dann K bzw. $\bar{K}$ galoissch über $\bar{K}$ bzw. k, so sind K und $\bar{K}$ bzw. Klassenkörper über $\bar{K}$ und k. Ferner stimmt $H(K, \bar{K})$ mit der Gesamtheit $\bar{H}$ aller derjenigen Elemente aus $\bar{K}$ überein, deren Normen nach k in $H(K, k)$ hineinfallen.

Beweis. Zunächst gilt nach Definition:

$$H(K, \bar{K}) \leqq \bar{H};$$

Da bekanntlich $(\bar{A} : \bar{H}) = \big(H(\bar{K}, k) : H(K, k)\big)$ ist[2], so folgt

$$\big(\bar{A} : H(K, \bar{K})\big) \geqq (\bar{A} : \bar{H}) = \big(H(\bar{K}, k) : H(K, k)\big).$$

Weil $K, \bar{K}$ bzw. über $\bar{K}, k$ galoissch sind, so gilt[3]:

$$(\bar{A} : \bar{H}) \leqq \big(\bar{A} : H(K, \bar{K})\big) \leqq (K : \bar{K})$$

und

$$\big(A : H(\bar{K}, k)\big) \leqq (\bar{K} : k),$$

woraus man leicht

$$\big(A : H(K, k)\big) = \big(A : H(\bar{K}, k)\big)(\bar{A} : \bar{H}) \leqq (\bar{K} : k)(K : \bar{K}) = (K : k)$$

schließt. Weil nach Voraussetzung K/k ein Klassenkörper, also $\big(A : H(K, k)\big) = (K : k)$ ist, so müssen unbedingt

$$(\bar{A} : \bar{H}) = (K : \bar{K}) \quad \text{und} \quad \big(A : H(\bar{K}, k)\big) = (\bar{K} : k)$$

sein; d. h. $\bar{K}$ ist ein Klassenkörper über k.

---

1) M. Moriya, Die Theorie der Klassenkörper im Kleinen über diskret perfekten Körpern. I., Proc. **18** (1942), 39–44.

2) $\bar{A}$ bezeichnet die Gesamtheit aller von Null verschiedenen Elemente aus $\bar{K}$.

3) M. Moriya, loc. cit., S. 42.