120. *Sur les singularités non directement critiques**.

Par Yosiro TUMURA.

Sizuoka Kotogakko.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Dec. 12, 1942.)

1. Dans la Note précédente[1], j'ai traité des singularités transcendantes non directement critiques (suivant la definition de M. Iversen) d'une fonction inverse d'une fonction meromorphe dans tout le plan fini. Soit $w=f(z)$ une fonction méromorphe, dont la surface de Riemann de la fonction inverse possede une singularité transcendante Ω sur la coordonné $w=\infty$. Soit, encore, Δ un domaine de z-plan qui est l'image de υ-voisinage de Ω. Nous pouvons supposer $\delta=1$ sans restreindre la généralité. Donc, $|f(z)|>1$ dans Δ, et $|f(z)|=1$ sur sa frontiere finie. Si $f(z)$ est holomorphe dans Δ, Ω est une singularité directement critique, et nous pouvons prouver le "Randstellensatz" de M. Ahlfors dans Δ. Donc, supposons que $f(z)$ possède une infinité des pôles dans Δ.

Dans la Note présente, nous prouverons que si le nombre des pôles est comparativement petit, les fonctions méromorphes se portent de la même manière que des fonctions holomorphes; par exemple, les théorèmes de M. Wiman et de MM. Phragmen-Lindelöf, "Zielwertssatz" et "Randstellensatz" de M. Ahlfors se prouvent.

2. Comme l'extension du thêorème de M. Valiron, nous avons le

Théorème I. *Soit $f(z)$ une fonction méromorphe dans tout le plan fini, dont la fonction caractéristique satisfait à*

$$\varliminf_{r\to\infty}\frac{T(r,f)}{(\log r)^2}<+\infty\,. \tag{1}$$

Alors $f(z)$ ne possède qu'une valeur asymptotique, et s'il y en a, il existe une suite des couronnes:

$$r_n<|z|<kr_n \qquad (k>1,\ \lim r_n=\infty) \tag{2}$$

dans lesquelles $f(z)$ converge uniformément vers la valeur asymptotique.

Nous avons prouvé ce théorème dans la Note [1]. En employant la formule de MM. Poisson-Jensen et de notre lemme dans la Note [1], nous aurons le

Théorème II. *Soient a_n une suite des nombres complexes arbitraires qui convergent vers l'infini, $n(r)$ un nombre des a_n dont les modules sont inférieures à r, et $N(r)$ son intégrale logarithmique. Supposons que*

$$\varliminf\frac{N(r,f)}{(\log r)^2}<+\infty \quad \text{et,} \quad \varlimsup\frac{\log N(r,f)}{\log r}<1\,, \tag{3}$$

alors

---

* Monbusyô-Kagakukenkyû.

1) Y. Tumura, Sur les théorèmes de M. Valiron et les singularités transcendantes indirectement critiques. Ce Proc. **17** (1941).