29. Die Theorie der Klassenkörper im Kleinen über diskret perfekten Körpern. III.

Von Tadasi NAKAYAMA
Mathematisches Institut der Kaiserlichen Universitat zu Nagoya.
Mikao MORIYA.
Mathematisches Institut der Kaiserlichen Universität zu Sapporo.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., March 12, 1943.)

Anschließend an die vorangehende Note[1] beweisen wir in der vorliegenden den *Existenzsatz* der Klassenkörper über einem diskret perfekten Körper k, welcher wieder die im Anfang der vorangehende Note aufgestellten Eigenschaften besitzt.

1. Wir betrachten zunächst über k alle endlichen separablen *abelschen* Erweiterungen und bezeichnen das Kompositum aller solchen Erweitungen durch L. Bekanntlich ist L eine separable abelsche Erweiterung über k, und jeder endliche Teilkörper von L/k (d. h. ein Teilkörper von L, dessen Grad nach k endlich ist) ist stets über k abelsch. Nun ordnen wir einem beliebigen endlichen Teilkörper K_α von L/k ein Element a_α aus k durch die folgende Vorschrift zu:

Ist $K_\alpha \subset K_\beta \subset L$, so ist stets

$$(a_\beta, K_\beta/k) \rightarrow (a_\alpha, K_\alpha/k)\ ;$$

d. h. der durch das Normenrestsymbol $(a_\beta, K_\beta/k)$ bestimmte Automorphismus von K_β/k induziert den durch $(a_\alpha, K_\alpha/k)$ definierten Automorphismus von K_α/k[2]. Wir bezeichnen nun das aus den eben angegebenen Elementen a_α entstehende System $\{a_\alpha\}$ durch $\mathfrak{a}$ und nennen a_α die K_α-Komponente von $\mathfrak{a}$. Ferner bezeichnen wir die Gesamtheit aller $\mathfrak{a}=\{a_\alpha\}$ mit $\mathfrak{A}$.

Die Elemente $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ aus $\mathfrak{A}$ heißen einander gleich, wenn in jedem endlichen Teilkörper K_α von L/k durch die K_α-Komponente a_α von $\mathfrak{a}$ und b_α von $\mathfrak{b}$ stets ein und dasselbe Normenrestsymbol definiert wird:

$$(a_\alpha, K_\alpha/k)=(b_\alpha, K_\alpha/k)\ .$$

Gemäß einer Eigenschaft der Normenrestsymbole gehört $\{a_\alpha b_\alpha\}$ auch zu $\mathfrak{A}$, wenn K_α alle endlichen Teilkörper von L/k durchläuft. Wir definieren daher $\{a_\alpha b_\alpha\}$ als das Produkt von $\mathfrak{a}$ mit $\mathfrak{b}$ und bezeichnen es mit $\mathfrak{ab}$. Offenbar bildet $\mathfrak{A}$ eine multiplikative abelsche Gruppe.

Wenn insbesondere zu einem Element $\mathfrak{a}$ aus $\mathfrak{A}$ ein solches Element a aus k existiert, daß für jeden endlichen Teilkörper K_α von L/k stets $(a_\alpha, K_\alpha/k)=(a, K_\alpha/k)$ gilt, so bezeichnen wir $\mathfrak{a}$ auch schlechthin mit a. Selbstverständlich können dabei verschiedene Elemente aus k als Elemente aus $\mathfrak{A}$ gleich sein. Bezeichnet man nun mit N den Durchschnitt der Normgruppen $H(K_\alpha, k)$ aller endlichen Teilkörper K_α von

---

1), 2) T. Nakayama und M. Moriya, Zur Theorie der Normenrestsymbole über diskret perfekten Körpern.