PAPERS COMMUNICATED

44. *Sur la notion de la dimension.*

Par Motokiti KONDÔ.
L'institut mathématique, l'université impériale de Kyûsyû.
(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., May 12, 1943.)

1. D'après la définition de M. M. Fréchet[1], étant donné deux ensembles A et B de points, nous dirons que le type de dimension de A est supérieur ou au moins égal au type de dimension de B, s'il est possible d'établir une correspondance biunivoque et bicontinue entre les points de B et ceux d'une partie de A. Or, sa idée sur la dimension est fondamentale et applicable sans le changement essentiel sur divers ensembles d'éléments. Voici un exemple.

2. Soit $\mathbb{L}$ un système demi-ordonné d'éléments pour lesquels la notion de la congruence est donnée, c'est-à-dire, entre éléments de $\mathbb{L}$ les relations désignées par $A \geqq B$ ou bien $B \leqq A$ et $A \cong B$ sont données et elles remplissent les postulats suivants.

LI. $\mathbb{L}$ est demi-ordonné par rapport à la relation $\geqq$, c'est-à-dire, (α) si l'on a $A \geqq B$ et $B \geqq A$ en même temps, on a $A = B$, (β) si l'on a $A \geqq B$ et $B \geqq C$, on a aussi $A \geqq C$.

LII. Il existe dans $\mathbb{L}$ l'élément I d'unité et celui 0 de nullité, c'est-à-dire, on a $I \geqq A \geqq 0$ pour tout élément A de $\mathbb{L}$.

CI. La relation $\cong$ est symétrique, réflexive et transitive, c'est-à-dire, (α) $A \cong A$, (β) $A \cong B$ entraine $B \cong A$, (γ) $A \cong B$ et $B \cong C$ entrainent $A \cong C$.

Nous dirons alors que le type de dimension de A est supérieur (inférieur) ou au moins égal au type de dimension de B, s'il existe un élément C tel qu'on ait $B \cong C$ et $A \geqq C$ ($A \cong C$ et $B \geqq C$). Et, nous représentons une telle circonstance par la notion $\dim(A) \geqq \dim(B)$ $\big(\dim(A) \leqq \dim(B)\big)$. Enfin, quand nous avons $\dim(A) \geqq \dim(B)$ et $\dim(B) \geqq \dim(A)$ en même temps, nous dirons que les types de dimension de A et B sont égaux et nous le désignons par $\dim(A) = \dim(B)$. Nous avons alors suivants.

1. Si l'on a $A \geqq B$, on a $\dim(A) \geqq \dim(B)$.
2. Si l'on a $A \cong B$, on a $\dim(A) = \dim(B)$.

Maintenant, nous ajoutons le postulat suivant

CII. Si l'on a $A \geqq C$ et $A \cong B$, il y a un élément D tel qu'on ait $C \cong D$ et $B \geqq D$[2],

pour obtenir la résultat suivante

3. Si l'on a $\dim(A) \geqq \dim(B)$ et $\dim(B) \geqq \dim(C)$, on a $\dim(A) \geqq \dim(C)$.

3. Or, comme on sait, il a beaucoup des définitions de la dimen-

---

1) M. Fréchet, Les espaces abstraits, (1928), Paris. p. 30.

2) Quand $\mathbb{L}$ est complémentaire, CII est deduit du postulat CIII donné plus loin.