58. *Bemerkungen über die Liesche Ringe mit Primzahlcharakteristik.*

Von Yozô MATSUSHIMA.
Mathematisches Institut der kaiserlichen Universität zu Nagoya.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., June 12, 1943.)

Ein halbeinfacher Liescher Ring von Primzahlcharakteristik ist bekanntlich nicht immer direkte Summe von einfachen nichtabelschen Ringen. H. Zassenhaus[1] hat aber vermutet, dass er direkte Summe von einfachen nichtabelschen Ringen sein werde, wenn er vollkommen ist. Wir zeigen im folgenden, dass ein Gegenbeispiel zu dieser Vermutung durch Benutzung eines Ringes, der als ein Gegenbeispiel zu einer anderen Zassenhausschen Vermutung von N. Jacobson[2] konstruiert wurde, gegeben werden kann.

1. L sei ein Liescher Ring über einem beliebigen Körper k. Derivation des Ringes L heisst jede eindeutige Abbildung D von L in sich, bei der

$$D(a+b)=Da+Db$$
$$D(\lambda a)=\lambda Da\,, \quad \lambda \in k$$
$$D(a\circ b)=a\circ Db+Da\circ b\,.$$

Z. B. wird durch die Festsetzung $I_x a=x\circ a(a\in L)$ jedem Element x aus L eindeutig eine Derivation I_x zugeordnet. I_x heisst die zu x gehörige innere Derivation. Alle Derivationen von L bilden einen Lieschen Ring $D(L)$, wobei naheliegenden Rechenregeln

$$(D_1+D_2)a=D_1a+D_2a$$
$$(\lambda D)a=\lambda(Da)$$
$$(D_1\circ D_2)a=D_1(D_2a)-D_2(D_1a)$$

verwendet werden.

Die innere Derivationen bilden ein Ideal $I(L)$ von $D(L)$. Wenn L halbeinfach ist, dann stimmt bei Charakteristik Null $D(L)$ mit $I(L)$ überein[3]. Sogar bei Charakteristik $p\neq 0$ kann es mit derselben Methode wie bei K. Yosida gezeigt werden, dass jeder Teilring von $D(L)$, der $I(L)$ umfasst, halbeinfach ist.

Wenn aber L halbeinfach und direkte Summe von einfachen Idealen ist, können wir folgenden genaueren Satz beweisen:

Satz 1. *L sei ein halbeinfacher Liescher Ring und sei direkte Summe von einfachen Ringen. Dann ist jeder Teilring R von $D(L)$, der $I(L)$ als echter Teilring umfasst, nicht direkte Summe von einfachen Idealen, aber alle Ideale von R sind halbeinfach.*

1) H. Zassenhaus, Abhandlungen aus dem Math. Seminar, Hamburg **13** (1940), S. 80.
2) N. Jacobson, American Journal of Mathematics, vol. LXIII (1941).
3) K. Yosida, Japanese Journal of Mathematics, vol. **16** (1938), S. 170.