

92. Einige Anwendungen der Verzerrungssätze auf Hydrodynamik.

Von Yūsaku KOMATU.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Tokyo.

(Comm. by S. KAKÉYA, M.I.A., Oct. 12, 1943.)

1. Wir betrachten zunächst einen als unendlich lang vorausgesetzten Zylinder, welcher senkrecht zu seiner Achse geradlinig mit der konstanten Geschwindigkeit U durch eine ideale inkompressible Flüssigkeit bewegt wird. Da es sich nun um ein ebenes (zweidimensionales) Problem handelt und die Strömung in Bezug auf das als starr mit dem Zylinder verbunden angesehene Koordinatensystem stationär und wirbelfrei vorausgesetzt werden soll, können die Methoden der konformen Abbildung durch analytische Funktionen einer komplexen Veränderlichen herangezogen werden. Wir betrachten nun das Strömungsbild in einer zur Zylinderachse senkrechten Ebene, die wir zur $z = x + iy$ -Ebene wählen, und nehmen an, daß die ebene Strömung relativ zur diesen stattfindet, die im Unendlichen in eine Parallelströmung mit der konstanten Geschwindigkeit übergeht. Das Zylinderprofil in der z -Ebene sei ein von einer einfach geschlossenen Randkurve C begrenzter Bereich G , dessen Durchmesser und Flächeninhalt wir mit δ bzw. A bezeichnen sollen. Für die Geschwindigkeitskomponenten $u(x, y)$ und $v(x, y)$ solcher Strömung gelten bekanntlich wegen der Annahme von Inkompressibilität und Wirbelfreiheit die beiden Gleichungen, d. h. Kontinuitäts- und Wirbelfreiheitsbedingungen:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

Daher existieren hierbei eine Stromfunktion $\psi(x, y)$ und ein Geschwindigkeitspotential $\varphi(x, y)$ derart, daß zugleich die Gleichungen

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad \text{und} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

erfüllt werden. Diese stellen gerade die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen für die Analytizität derjenigen Funktion

$$w = f(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$$

dar, die das komplexe Geschwindigkeitspotential (die komplexe Stromfunktion) bedeutet. Die Größe und Neigung der Strömung im Punkte $z = x + iy$ seien $q(x, y)$ bzw. $-\chi(x, y)$, d. h. es sei

$$\frac{dw}{dz} = u - iv = qe^{i\chi};$$

$$q(x, y) = \left| \frac{dw}{dz} \right| = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad \chi(x, y) = \arg \frac{dw}{dz} = -\arctg \frac{v}{u}$$