57. Über die Irreduzibilität und absolute Irreduzibilität des Darstellungsmoduls.

Von Makoto ABE.
Mathematisches Institut der Kaiserlichen Universität zu Tokyo.

Tadasi NAKAYAMA.
Mathematisches Institut der Kaiserlichen Universität zu Nagoya.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., May 12, 1944.)

Einer der Verfasser hat früher die Beziehungen zwischen absolut und nicht-absolut irreduziblen Darstellungen algebraischer Systeme (wie Gruppen, Algebren, Liescher Ringe untersucht[1]. Unter anderem hat er bewiesen:

> Es sei D_0 eine irreduzible Darstellung (vom gewissen Grade g) eines algebraischen Systems $\mathfrak{S}$ in einem (kommutativen) Körper P. Dann gibt es einen Oberkörper (endlichen Grades) K von P und eine absolut irreduzible Darstellung D von $\mathfrak{S}$ in K, so dass D_0 mit $D_{K\to P}$ äquivalent ist, wo $D_{K\to P}$ solche Darstellung bedeutet, die man erhält, wenn man jedes Matrixelement in D durch die in der regulären Darstellung von K/P ihm zugehörige Matrix vom Grade $(K:P)$ ersetzt. Es genügt dazu, einen maximalen Teilkörper der Kommutatorendivisionsalgebra der Darstellung D_0 (in der g-gradigen Vollmatrizenalgebra über P) als K zu nehmen.
>
> Ist umgekehrt D irgendeine absolut irreduzible Darstellung von $\mathfrak{S}$ in einem endlichen Oberkörper K des Grundkörpers P, und ist die Darstellung $D_{K\to P}$ irreduzibel und mit D_0 äquivalent, so ist K mit einem maximalen Teilkörper der Kommutatorendivisionsalgebra von D_0 isomorph.

Modultheoretische Übersetzung dieser Sätze ist leicht.

Das Ziel der vorliegenden Note ist zu zeigen, dass die ganze Theorie sich auf den Fall ohne Endlichkeitsbedingungen übertragen lässt. Dies geschieht, wie der andere von uns in seiner Note über unendliche einfache distributive Systeme kurz bemerkt hat[2], indem wir einfach die frühere Methode, besonders die im Anhang der zitierten Arbeit[1], mit C. Chevalleys Resultat über die Ringe mit irreduziblen oder voll-reduziblen Darstellungsmoduln (unendlicher Ränge) kombinieren.

Es sei nämlich $\mathfrak{m}$ eine additive Gruppe, die einen Linksoperatorenbereich $\mathfrak{S}$ und einen Rechtsoperatorenring P besitzt und die Assoziativität: $s(u\rho)=(su)\rho$ ($u\in\mathfrak{m}$, $s\in\mathfrak{S}$, $\rho\in P$) sowie die Bedingung $\mathfrak{m}\rho=0\to\rho=0$ erfüllt; Wir nennen $\mathfrak{m}$ einen $\mathfrak{S}$-P-Modul. (Operator-) Endomor-

---

1) M. Abe, Irreduzibilität und absolute Irreduzibilität des Matrizensystems, Proc. Phys.-Math. Soc. Japan 24 (1942). Vgl. auch E. Bannow, Die Automorphismengruppe der Cayley-Zahlen, Abh. Hamburg 13 (1940)..

2) T. Nakayama, Über einfache distributive Systeme unendlicher Ränge, Proc. Imp. Acad. 20 (1944). Sieh auch die zweite Mitteilung von T. Nakayama und G. Azumaya.