54. Über die Harmonischen Tensorfelder in Riemannschen Mannigfaltigkeiten, (II).

Von Kunihiko KODAIRA.
Physikalisches Institut der Kaiserlichen Universität, Tokyo.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., May 12, 1944.)

II. Felder mit gegebenen Singularitäten; Anwendungen auf die Funktionentheorie.

§ 5. *Felder mit gegebenen Singularitäten.* Zunächst geben wir genau an, was unter dem Ausdruck „*ein harmonisches Tensorfeld hat eine gegebene Singularität*" verstanden werden soll. Es sei F eine abgeschlossene Menge in $\mathfrak{M}$ ohne inneren Punkt, und U eine Umgebung von F. Ferner sei ein in $U-F$ reguläres harmonisches Tensorfeld Φ gegeben. *Ist nun e ein auf $\mathfrak{M}$ definiertes (nicht immer überall reguläres) harmonisches Tensorfeld und gilt*

$$e=\Phi+\chi \quad \text{in} \quad U-F,$$

wo χ ein in U überall reguläres harmonisches Feld ist, so sagen wir e und Φ haben auf F dieselbe Singularität, und schreiben

$$e\sim\Phi \quad \text{in} \quad F.$$

Die Singularität von e auf F wird also mit Φ gegeben. Es handelt sich nun um folgendes Problem: *Gegeben seien Φ und F. Gesucht wird ein in $\mathfrak{M}-F$ überall reguläres harmonisches e mit $e\sim\Phi$ in F.* Um die wegen der Lage von F in $\mathfrak{M}$ verwickelten Schwierigkeiten zu vermeiden, setzen wir voraus, dass F in einer geodätischen Kugel $\mathfrak{K}$ enthalten ist. Die Oberfläche von $\mathfrak{K}$ bezeichnen wir mit S, und das Innere von $\mathfrak{K}$ mit G. Die Antwort auf unser Problem ist gegeben durch den

Satz 8. *Es sei ρ der Rang von Φ*[1]. i) *Falls $2\leqq\rho\leqq n-2$, existiert immer ein gesuchtes e.* ii) *Falls $\rho=1$ bzw. $\rho=n-1$, existiert ein e unter der Bedingung*[2]:

$$\int_S \Phi^j\sqrt{g}\,d\mathfrak{o}_j=0, \tag{5.1}$$

bzw.

$$(\Phi, S)=0. \tag{5.1*}$$

Zum Beweis brauchen wir folgendes

Lemma. In der Umgebung von S gibt es Ψ und C mit

$$\Phi=\mathfrak{r}^*\Psi=\mathfrak{r}C.$$

1) Die Fälle $\rho=0$ und $\rho=n$ sind trivial.
2) Ist $n=2$, so müssen die beiden Bedingungen (5.1) und (5.1)* erfüllt sein.