89. *Sur les coniques dans les espaces à connexion affine ou projective I.*

Par Kentaro YANO.
Institut Mathématique, Université Impériale de Tokyo.
Kazuo TAKANO.
Institut Mathématique, Université Impériale de Hokkaido, Sapporo.
(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., July 12, 1944.)

§ 0. *Introduction.* M. M. Mikami[1] a récemment défini et étudié les paraboles dans les espaces d'éléments linéaires à connexion affine. Un espace d'éléments linéaires à connexion affine étant défini comme un espace doué d'une connexion affine $\Gamma^i_j(x, x^{(1)})$ dont les éléments sont des points x^i et des éléments linéaires $x^{(1)i}$, il appelle paraboles les courbes definies par les équations différentielles de la forme

$$\frac{\delta^2 x^{(1)i}}{ds^2}=0\,, \qquad \left(x^{(r)i}=\frac{d^r x^i}{ds^r}\ ;\ i, j, k, \ldots=1, 2, \ldots, n\right) \tag{0.1}$$

δ/ds désignant la dérivée covariante le long des courbes par rapport à la connexion affine $\Gamma^i_j(x, x^{(1)})$ de l'espace. Les paraboles étant ainsi définies, il cherche la condition nécessaire et suffisante pour laquelle un système des paths d'ordre 3 défini par les équations différentielles de la forme

$$T^i \equiv x^{(3)i}+A^i_k(x, x^{(1)})x^{(2)k}+B^i(x, x^{(1)})=0\,, \tag{0.2}$$

où A^i_k et B^i sont des fonctions homogènes en $x^{(1)}$ respectivement de degré 1 et de degré 3, soit le système des paraboles d'un espace d'éléments linéaires à connexion affine. Pour que ce système des paths d'ordre 3 soit le système des paraboles dans un espace d'éléments linéaires à connexion affine, il faut et il suffit que le vecteur contrevariant

$$^*B^i=B^i-\frac{1}{3}\,A^i_{j,k}x^{(1)j}x^{(1)k}-\frac{1}{9}\,(2A^i_k-A^i_{m(1)k}x^{(1)m})A^k_j x^{(1)j} \tag{0.3}$$

s'annule, où nous avons adopté les notations $f_{,k}=\partial f/\partial x^k$ et $f_{(1)k}=\partial f/\partial x^{(1)k}$. Si l'on demande que le système des courbes (0.2) non paramétrisées coïncide avec le système des paraboles, il faut et il suffit pour cela que le vecteur contrevariant $^*B^i$ soit proportionnel à $x^{(1)i}$.

MM. H. Hombu et M. Mikami[2] ont continué cette étude des paraboles en se plaçant dans les espaces généralisés des paths de M. J. Douglas. Ils considérent d'abord le contact d'ordre 3 et d'ordre 4 des paraboles dans deux espaces généralisés projectivement liés l'un à l'autre, et ils cherchent ensuite les paraboles communes dans ces deux

1) M. Mikami: On parabolas in the generalized spaces. Japanese Journal of Mathematics, **17** (1940) 185-200.

2) H. Hombu et M. Mikami: Parabolas and projective transformations in the generalized spaces of paths, ibidem, 307-335.