118. *La produit kroneckerienne infinie des espaces linéaires.*

Par Motokiti KONDÔ.
L'institut mathématique, l'université impériale de Kyusyu, Fukuoka.
(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Oct. 12, 1944.)

M. J. v. Neumann[1] a introduit les notions de la produit kroneckerienne infinie des espaces hilbertiens et de celle des anneaux des opérateurs sur ceux. Or, ces notions sont aussi importantes pour la recherche des espaces linéaires et il est très désireable de les introduire sur ceux. Le but de cette note est de discuter ces notions pour les espaces linéaires.

M. J. v. Neumann a défini la produit kroneckerienne infinie des espaces hilbertiens constructivement en se servant la produit des fonctionnelles linéaires, mais dans cette note, nous avons défini descriptivement d'abord la produit kroneckerienne d'un nombre fini des espaces linéaires et puis celle infinie de ces espaces comme la limite de ces produits finies. La définition descriptive de la produit kroneckericnne d'un nombre fini des espaces linéaires nous parait forⁿm alle mais nous ne pouvons la définir constructivement sans perdre la généralité. En effet, nous savons les diverses définitions de la produit kroneckerienne d'un nombre fini des espaces linéaires et il n'y a aucune relation entre elles.

1. Soient $\mathfrak{B}_\lambda$ $(\lambda=1, 2, \dots, n)$ les espaces linéaires normés et complets. Alors, nous entendrons par la produit des éléments f_λ de $\mathfrak{B}_\lambda$ $(\lambda=1, 2, \dots, n)$ la formule $\prod_{\lambda-1}^{n} \otimes f_\lambda = f_1 \otimes f_2 \otimes \cdots \otimes f_n$ qui remplit les conditions suivantes:

1) quelques soient les éléments f_λ de $\mathfrak{B}_\lambda$ $(\lambda=1, 2, \dots, n)$, il existe toujours la produit de ces éléments,

2) $\prod_{\lambda-1}^{n} \otimes f_\lambda$ est déterminée univoquement par f_λ $(\lambda=1, 2, \dots, n)$,

3) quand $(k_1, k_2, \dots, k_n)$ est une permutation de $(1, 2, \dots, n)$, nous avons $\prod_{\lambda-1}^{n} \otimes f_{k_\lambda} = \prod_{n-1}^{n} \otimes f_\lambda$,

4) $(\prod_{\lambda-1}^{k} \otimes f_\lambda) \otimes (\prod_{\lambda-k+1}^{n} \otimes f_\lambda) = \prod_{\lambda-1}^{n} \otimes f_\lambda$,

5) pour un nombre α et une produit $p=\prod_{\lambda-1}^{n} \otimes f_\lambda$, αp désigne une produit $(\alpha f_1) \otimes \prod_{\lambda-2}^{n} \otimes f_\lambda$, et nous l'appelons la produit de α et p; (i) αp est définie pour tout nombre α et toute produit p, (ii) αp est déterminée univoquement pour α et p, (iii) $(\alpha\beta)p=\alpha(\beta p)$, (iv) $\prod_{\lambda-1}^{n} \otimes (\alpha_\lambda f_\lambda) = \prod_{\lambda-1}^{n} \alpha_\lambda \prod_{\lambda-1}^{n} \otimes f_\lambda$,

6) un nombre que nous appelons la norme de p et la désignons

---

1) J. v. Neumann, On infinite direct product, Comp. Math., **6** (1939).