

2. Die Geschwindigkeitspotentiale und die Kutta-Joukowski'schen Bedingungen für die Strömungen in vielfach zusammenhängenden Gebieten.* I.

Von Yūsaku KOMATU.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Tokyo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Jan. 12, 1945.)

1. Die Problemstellung.

Wir betrachten eine zweidimensionale Potentialströmung um die $n+1$ vorgegebenen voneinander getrennten Zylinderprofile. Funktionentheoretisch besagt, sei ein $(n+1)$ -fach zusammenhängendes Gebiet Δ in einer komplexen Z -Ebene als das Potentialströmungsfeld gegeben. Wir nehmen nun an, daß das Gebiet Δ den unendlichfernen Punkt als inneren Punkt enthält und jede Randkomponente Γ_ν ($\nu=0, 1, \dots, n$) von Δ aus einem Kontinuum besteht. Es sei v_∞ die (konjugiert) komplexe Geschwindigkeit im Unendlichen, c_ν der (konstante) Wert der Stromfunktion auf der Stromlinie längs Γ_ν und ferner α_ν die Zirkulationskonstante um Γ_ν . Das daran anschließend die Hauptrolle spielende komplexe *Geschwindigkeitspotential* $\phi(Z)$ besitzt dann die folgenden Eigenschaften:

1.° Sein imaginärer Teil bleibt auf jeder Randkomponente konstant und zwar gilt auf Γ_ν

$$\Im \phi(Z) = c_\nu .$$

2.° Es gilt

$$\int_{\Gamma_\nu} d\phi(Z) = \alpha_\nu ,$$

wobei das Integral über Γ_ν im negativen Sinne bezüglich des Strömungsgebietes zu nehmen ist; mit anderen Worten ist der Periodizitätsmodul der Funktion $\phi(Z)$ um jede Randkomponente Γ_ν sämtlich reell und übrigens gleich α_ν . Nebenbei bemerkt sieht man offenbar ein, daß der Wert solches Integrals immer dann reell ist, wenn die Eigenschaft 1.° aufrechterhalten bleibt.

3.° Abgesehen von nur einem einzigen Punkte $Z=\infty$, ist die Funktion $\phi(Z)$ analytisch im Gebiet Δ , aber im allgemeinen mehrdeutig. An der Ausnahmestelle $Z=\infty$ besitzt sie im allgemeinen einen logarithmischen Verzweigungspunkt; in ihrer Umgebung verhält sich aber jeder Zweig der Funktion

$$\phi(Z) - v_\infty Z - \frac{\alpha}{2\pi i} \lg Z$$

regulär eindeutig, und übrigens im ganzen Gebiet Δ bleibt die (reelle) Funktion

* Diese Forschung wurde auf Kosten der Ausgaben des Unterrichtsministeriums für wissenschaftliche Forschung ausgeführt.