Existence de solutions pour un problème biharmonique non homogène avec exposant critique de Sobolev

Samira Benmouloud

Résumé

Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^N$, borné régulier, $N \geq 5$ et $p = \frac{2N}{N-4}$. On montre que le problème biharmonique

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta^2 u = |u|^{p-2}\, u + fu \text{ dans } \Omega \\ \Delta u = u = 0 \text{ sur } \partial\Omega \end{array} \right.$$

admet au moins deux solutions dans $H = H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$ lorsque $f \in H^*$ est non nul et soumis à une certaine condition.

1 Introduction

Soit Ω un ouvert borné régulier de $\mathbb{R}^N$, $N \geq 5$, on pose$H = H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$ que l'on munit de la norme $\|u\|_H^2 = \int_\Omega |\Delta u|^2\, dx$, équivalente à la norme usuelle sur l'espace de Sobolev $H^2(\Omega)$ .L'injection continue $H(\Omega) \to L^p(\Omega)$ n'est pas compacte pour l'exposant critique $p = \frac{2N}{N-4}$ et la constante de Sobolev S correspondant à cette injection est donnée par

$$(1.1) S = Inf \left\{ \int_\Omega |\Delta u|^2 ; u \in H; \int_\Omega |u|^p = 1 \right\}.$$

Ce minimum, indépendant du domaine Ω, n'est jamais atteint [12]. Suivant l'idée de Brezis et Nirenberg [3] concernant l'analogue de $(1,1)$ pour le Laplacien , on

Received by the editors September 2000.
Communicated by J. Mawhin.
1991 *Mathematics Subject Classification* : 35B05, 35J65, 49J45.