

On quasi-invariant measures in topological vector spaces

H. Hogbe Nlend

Abstract

We give a complete solution of the fundamental problem of existence of quasi-invariant measures in infinite dimensional vector spaces considered and partially solved by I.M. GELFAND in 1967 [4]. Our general result shows particularly that in all infinite dimensional usual vector spaces, in particular, in all Fréchet, Banach or Hilbert spaces and in all spaces of distributions, the only quasi-invariant measure is null measure.

Résumé

Nous donnons une solution complète au problème fondamental de l'existence des mesures quasi-invariantes dans les espaces vectoriels de dimension infinie, problème posé et partiellement résolu par I.M. GELFAND en 1967 [4]. Notre résultat général montre notamment que dans tous les espaces vectoriels usuels de dimension infinie, en particulier, dans tous les espaces de Fréchet, Banach ou Hilbert et dans tous les espaces de distributions, la seule mesure quasi-invariante est la mesure nulle.

0 Introduction

Dans [4], I. M. Gelfand a démontré le théorème suivant : Soit E un espace de Fréchet de dimension infinie sur le corps des réels, *séparable et tel que l'enveloppe convexe équilibrée de tout compact de E est rare dans E* . Alors la seule mesure quasi-invariante sur E est la mesure nulle ([4] page 352, th. 4).

Received by the editors July 1996.

Communicated by J. Schmets.

1991 *Mathematics Subject Classification* : 28C20, 46G12.

Key words and phrases : quasi-invariant measures, infinite dimensional spaces.