

Nombres de Catalan généralisés

Christian Radoux

Abstract

In this paper, we consider a generalization of Catalan numbers in order to give an elementary proof of the following theorem : the Hankel matrix, of any order, built on Catalan numbers has determinant 1. We give also its inverse.

Résumé

Rappelons que le n ième **nombre de Catalan** C_n est donné par la formule

$$C_n = \frac{\binom{2n}{n}}{n+1} .$$

Ce nombre a de très nombreuses interprétations combinatoires. Par exemple, depuis Euler, on sait qu'il n'est autre que le nombre de décompositions en triangles d'un polygone convexe de $(n+2)$ côtés par des diagonales ne se coupant pas dans ce polygone. C'est aussi le nombre de séquences formées de n nombres 1 et de n nombres -1 , à sommes partielles toutes positives ou nulles.

Dans [1], j'en démontrerais une nouvelle propriété, par une technique algébrico-analytique remontant à Sylvester : quel que soit n , le déterminant de Hankel de dimension n formé sur les nombres de Catalan vaut 1. Cet article en donne maintenant une preuve directe et élémentaire. Il calcule aussi l'inverse de cette matrice.

Received by the editors August 1995 — In revised form : December 1995.
Communicated by Y. Félix.