Fleuves oscillants

Franck Michel

Abstract

We present in this article some results about the asymptotic of scalar ordinary differential equations. We are interested in a family of equations, for which asymptotic concentrations of oscillatory solutions occur. With the following theorems, the presence of these trajectories can be deduct from the structure of the fields. The expression of their asymptotic expansion, and the algorithm to use for computing the coefficients (which are periodic functions) are given. Some studies for non oscillatory cases have already be done. There are related to what is called the "river phenomenon".

1 Introduction

1.1 Généralités

F. et M. Diener ont étudié récemment des phénomènes de concentration exponentielle (à l'infini) de solutions d'équations différentielles ordinaires. Ces nouveaux types d'attracteurs ont reçu le nom de "fleuve" en raison de leur aspect sur les portraits de phase (voir figures 1 et 2). Pour une équation scalaire de la forme : $\frac{dY}{dX} = \sum_{j=0}^{n} P_j(X)Y^j$ où $P_j(X)$ est un polynôme (au sens large, i.e les puissances de X sont prises dans Q), on dispose d'une méthode effective pour détecter la présence de ces fleuves. Ceux-ci sont soit attractifs, on a alors une infinité de solutions qui partagent un même développement asymptotique, soit répulsifs, auquel cas une unique solution est asymptotiquement instable. Les développements de ces fleuves (en puissances fractionnaires de X), sont généralement divergents mais toujours Gevrey. Les résultats ont été obtenus par des changements d'échelle et des méthodes d'analyse non standard (voir [6],[8], [5],[7], [13],[4]).

Received by the editors May 1994
Communicated by J. Mawhin
AMS Mathematics Subject Classification : 34E05, 34D05, 34C25
Keywords : differential equations, asymptotic expansions, river, periodic solutions.