

# FACTEURS DES SUITES DE RUDIN-SHAPIRO GÉNÉRALISÉES

Jean-Paul Allouche

Mireille Bousquet-Mélou

## Résumé

Par une sorte d'intégration des suites de pliage de papier on peut obtenir des suites de Rudin-Shapiro généralisées. Nous étudions les facteurs de ces suites, donnant en particulier une propriété (optimale) de "semi-synchronisation" et une majoration linéaire uniforme de la fonction de récurrence. Nous étudions aussi les puissances qui apparaissent dans ces suites, et nous montrons que le langage de tous leurs facteurs n'est pas algébrique.

## Abstract

"Integrating" paperfolding sequences yields generalized Rudin-Shapiro sequences. We study the factors (subwords) of these sequences, giving an (optimal) property of "half-synchronization" and a uniform linear bound for the recurrence function. We also study the powers occurring in these sequences, and we show that the language consisting of all their factors is not context-free.

## 1 Introduction

L'étude des facteurs d'une suite infinie à valeurs dans un alphabet fini  $\mathcal{A}$  (le plus souvent  $\mathcal{A} = \{0, 1\} = \mathbf{Z}/2\mathbf{Z}$ ) est une manière de décrire si ces suites sont "compliquées" ou pas. Par exemple le nombre de facteurs de longueur  $n$  d'une suite binaire est au plus  $2^n$  et on peut concevoir qu'une suite pour laquelle ce nombre est effectivement  $2^n$  quel que soit l'entier  $n$ , est une suite "complexe". De même, et sans confondre les notions intuitives de complexité et de hasard, le nombre de facteurs de longueur  $n$  d'une suite "aléatoire" devrait être aussi égal à  $2^n$ .

Une autre approche possible du caractère aléatoire d'une suite est due à Shapiro ([21]) puis Rudin ([20]), qui ont étudié, pour une suite binaire  $(a_n)_{n \geq 0}$ , le comportement asymptotique des moyennes  $M_N$  définies par :

$$M_N(a) = \sup_{\theta \in [0,1[} \left| \sum_{0 \leq n \leq N-1} (-1)^{a_n} e^{2i\pi n\theta} \right|.$$

---

Received by the editors April 1993, revised December 1993.

Communicated by M. Boffa.

*AMS Mathematics Subject Classification* : 68R15, 68Q45, 11B85.

*Keywords* : Rudin-Shapiro sequences, complexity, recurrence function, algebraic languages,  $k$ -powerfree words, paperfolding sequences.