

Une généralisation du lemme de Hensel

M'hammed Boulagouaz*

Résumé

Dans ce travail on définit la notion d'un polynôme homogénéisable à coefficients dans un corps gradué de groupe de grades totalement ordonné et on établit une caractérisation ainsi qu'une expression d'un tel polynôme en fonction d'un polynôme à coefficients de grades zéro, voir la proposition 1.1 et le théorème 1.3. Cette expression nous permet de donner un critère d'irréductibilité et de séparabilité d'un polynôme homogénéisable, voir la proposition 1.4.

Une application de la notion du polynôme homogénéisable est donnée dans le cas où le corps gradué est le gradué d'un corps valué (F, v) (voir [2] ou [8]). Ceci en généralisant la notion du polynôme résiduel d'un polynôme à coefficients dans l'anneau de valuation de F , à un polynôme de $F[X]$ vérifiant la condition (**), condition équivalente à toutes les racines du polynôme dans (une clôture algébrique) ont la même valuation, on obtient des critères de réductibilité pour de tel polynôme, voir la proposition 2.3 et le corollaire 2.2, et le résultat principal du présent travail est une généralisation du lemme de Hensel aux polynômes à coefficients dans un corps valué vérifiant la condition (**): Théorème 2.5.

1 Graduations de l'anneau des polynômes à coefficients dans un corps gradué

Soit Γ un groupe additif commutatif totalement ordonné et R un anneau commutatif unitaire.

On dit que R est gradué de type Γ si le groupe additif de R se décompose en

*L'auteur remercie vivement le Professeur J.P.Tignol pour les différentes discussions fructueuses abordées à propos de ce travail, ainsi que l'Institut Catholique de Louvain pour son hospitalité qui lui a permis de rédiger ce présent article (second trimestre 1996).

Received by the editors May 1996 – In revised form July 1997.

Communicated by J. Van Geel.