

# Critères de Le Page et commutativité dans les algèbres m-convexes

O. H. Cheikh      A. El Kinani      M. Oudadess

## Abstract

We obtain a general theorem of Le Page type on commutativity of Banach algebras, which allows to get all the known results as corollaries, and we give analogous results in the framework of locally m-convex algebras.

## 1 Introduction, terminologie et notations.

L'objet de ce travail est l'étude de certaines conditions entraînant la commutativité dans les algèbres normées ainsi que dans d'autres classes d'algèbres topologiques, notamment les algèbres localement multiplicativement convexes. Nous commençons par considérer un critère généralisant celui étudié dans les algèbres de Banach par C. Le Page ([13]). Ce critère généralisé a été déjà examiné par les deux derniers auteurs ([9]). Il est établi ici que les résultats obtenus dans les algèbres de Banach restent valides dans d'autres algèbres topologiques. Dans les algèbres  $A$  vérifiant  $Ax^2 = Ax$  pour tout élément  $x$ , nous donnons une description de l'espace structurel ainsi qu'une caractérisation du radical de Jacobson et montrons que ces algèbres sont commutatives modulo ce dernier. Enfin, nous examinons certaines conditions équivalentes à la commutativité modulo le radical dans une algèbre de Banach ou dans une Q-a.l.m.c complète.

Une algèbre localement convexe (a.l.c) est une algèbre  $A$  munie d'une topologie séparée d'espace localement convexe (e.l.c) pour laquelle le produit  $(x, y) \rightarrow xy$

---

Received by the editors November 1997. In revised form : May 1998.

Communicated by Fr. Bastin.

1991 *Mathematics Subject Classification* : 46H05; 46H20 .

*Key words and phrases* : Algèbre de Banach, algèbre m-convexe, radical de Jacobson, rayon spectral, commutativité.