

# Calcul harmonique dans les algèbres $p$ -Banach involutives et applications

A. El Kinani

A. Ifzarne

## Abstract

We define and study a functional harmonic calculus in complex  $p$ -Banach algebras,  $0 < p \leq 1$ , with a linear involution. This calculus consists in given a sense to  $f(a)$  whenever  $a$  is an element of such algebra and  $f$  is a harmonic function in an open simply connected set containing  $Spa$ . Using this calculus we give, in  $p$ -Banach algebras, a proof of the square root lemma of J. W. M. Ford. We extend K. Fan's theorem and Von Neumann's inequality to harmonic functions. As another application, we construct harmonic functional calculus for real  $p$ -Banach algebras.

## Résumé

On définit et on étudie un calcul fonctionnel harmonique dans les algèbres  $p$ -Banach,  $0 < p \leq 1$ , complexes munies d'une involution d'espace vectoriel. Ce calcul permet de donner un sens à  $f(a)$ , où  $a$  est un élément de l'algèbre et  $f$  est une fonction harmonique sur un ouvert simplement connexe contenant  $Spa$ . Comme applications, nous donnons dans les algèbres  $p$ -Banach une preuve du lemme de J. W. M. Ford, sur l'existence de la racine carrée hermitienne. Ensuite nous établissons, pour les fonctions harmoniques, des résultats analogues à ceux de Ky Fan et de Von Neumann. Enfin, comme autre application, nous construisons un calcul fonctionnel harmonique dans les algèbres  $p$ -Banach réelles.

---

Received by the editors April 2000.

Communicated by R. Delanghe.

1991 *Mathematics Subject Classification* : 46 H 30, 46 H 99.

*Key words and phrases* : Algèbre  $p$ -Banach. Algèbre hermitienne. Fonction harmonique. Calcul fonctionnel harmonique. Involution généralisée.