

波動幾何學による宇宙論に於ける

$M, N, u^i, \dots$ 等に就いて

竹野 兵 一 郎

(昭和 18 年 11 月 5 日受附)

§ 1. 序言。波動幾何學による宇宙論に於て最も重要な役割を演じてゐる量は、 g_{ij} を一次化して得られる 4-4 行列 γ_i と空間の状態函数 ψ とより作られる運動量密度ベクトル $u^i \equiv \psi^* A \gamma^i \psi$ である。然るに γ_i と ψ とを用ひて作られる量は單に u^i のみでなくその他にも $M \equiv \psi^* A \psi$, $N \equiv \psi^* A \gamma_i \psi$, $\dots$ 等色々のものが考へられる。之等の量の數學的性質については既に相當研究されてゐるのであるが、⁽¹⁾ それ等の物理的意味附けに至つては u^i 以外には未だ殆んど研究されてゐない。

以下本論文に於ては宇宙論に於ける之等の量の具體的の形を求め更にそれ等に含まれる常數の間の關係式を決定し以て將來の研究の資に供したいと思ふ。

§ 2. 基本方程式の解。宇宙論に於ける ψ の基本方程式は

$$\gamma_i \psi = \frac{k}{2} \gamma_i \psi \quad (2.1)$$

と與へられる。この式の完全積分條件式 $K_{ijm} = k^2 (g_{im} g_{jl} - g_{il} g_{jm})$ を解くことに依つて四次元時空の計量

$$ds^2 = -\sigma^{-2} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 + \sigma^2 dt^2 \quad (\mathcal{F}, \text{ジッター型}) \quad (2.2)$$

$$ds^2 = -e^{2kt} (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2) + dt^2 \quad (\text{ロバートソン型}) \quad (2.3)$$

但し $\sigma \equiv \sqrt{1 - k^2 r^2}$, が得られる。(2.2), (2.3) は變換

$$\bar{r} = r e^{kt}, \quad e^{kt} \sqrt{1 - k^2 r^2} = e^{kt} \quad (2.4)$$

により互に結びつけられてゐるが(但し $\bar{r}, t$ が (2.2) の座標系を表はす), 今 (2.3) を直角座標系に直せば

$$ds^2 = -e^{2kt} (dx^2 + dy^2 + dz^2) + dt^2 \quad (2.5)$$

を得る。これに對して $\hat{h}_i$ を⁽²⁾

(1) 柴田隆史, 本誌, 8, (1955), 100. 竹野, 本誌, 13, (昭和 18 年), 170.

(2) $\hat{h}_i$ は $\gamma_i = \hat{h}_{ij} \hat{e}_j$, $\gamma_i(\gamma_j) = g_{ij}$ を満足する四つのベクトルであり $\sum_j \hat{h}_i \hat{h}_j = g_{ij}$ より求められる。