共通分々解の出來る環とその羃等イデヤル

森　新治郎

(昭和 17 年 11 月 9 日受附)

共通分々解[1]の可能を假定した可換環 $\mathfrak{R}$ に於ては，任意の素イデヤルの連鎖 $\mathfrak{p}_1 \subset \mathfrak{p}_2 \subset \mathfrak{p}_3 \subset \cdots$ が必ず有限個の項で終らねばならぬことを證明し，且つこのやうな環 $\mathfrak{R}$ 內に，羃等イデヤルが存在し得る條件を論ずるのが，本論の目的である。

龜井君[2]が以前に共通分々解の成立つ爲に必要なる一條件を得た。然してこの條件が上述の素イデヤル連鎖有限といふ條件と獨立であるか，否かは未だ不明である。それにしても，この兩條件を假定すれば，共通分々解は成立つ。[3] それ故にこの兩條件を合はせて，共通分々解の可能なる爲に必要且充分なる條件としても差支はない。然し兩條件の間の關係が闡明にされないと物足りないが，その爲には龜井君の條件から，素イデヤル連鎖有限の條件を導き出し得るか，否かを解決すればよい。

著者は前文[4]に於て，イデヤルの約鎖律が假定された可換環內の羃等イデヤルは，必ず羃等元素を有することを明かにした。勿論共通分々解の可能性をのみ假定した環に於ては，必ずしも約鎖律は成立しない。それで共通分々解を假定せる環の羃等イデヤルは羃等元素を含むことを證せる本論は，前文の一擴張であり，又著者等が企圖せる一般可換環に於ての羃等イデヤル研究に對する一礎石ででもある。

環に於ける共通分々解の可能性

本節で取扱ふ環 $\mathfrak{R}$ は可換で，その上共通分々解が假定されてゐるものとする。

共通分々解　環の任意のイデヤルは凡て有限個の强準素イデヤルの共通分として表はされる。

---

(1) 環 $\mathfrak{R}$ の任意のイデヤル $\mathfrak{a}$ は凡て有限個の强準素イデヤル $\mathfrak{q}_i$ の共通分 $\mathfrak{a}=\mathfrak{q}_1 \cap \mathfrak{q}_2 \cap \cdots \cap \mathfrak{q}_n$ として表はされ得るとき，$\mathfrak{R}$ に於て**共通分々解**が成立つといふ。

(2) E. Kamei, Proc. Imp. Acad. Tokyo **XVII** (1941), 95.

(3) S. Mori, 本誌, **11** (1942), 129.

(4) S. Mori, 本誌, **1** (1931), 174.