Ueber allgemeine Multiplikationsringe. I.

Von
Shinziro MORI.

(Eingegangen am 10. 10. 1933.)

Im endlichen algebraischen Zahlkörper gilt der bekannte Satz:

Ist ein Ideal b ein Teiler eines Ideals a , so existiert immer ein drittes Ideal c , so dass

$$a = b c$$

ist.

Aber für beliebige kommutative Ringbereiche, wie der Bereich aller ganzen algebraischen Zahlen, lässt sich dieser Satz nicht im allgemeinen aussprechen⁽¹⁾. Ein kommutativer Ring, in dem der obige Satz und der Teilerkettensatz gelten, d.h. ein Multiplikationsring, ist mithin ein spezieller Ring, und seine Struktur habe ich schon in meiner Abhandlung „*Axiomatische Begründung des Multiplikationsringes*“⁽²⁾ ziemlich eingehend untersucht. Der Hauptzweck der vorliegenden Arbeit ist die Bestimmung der Struktur der verallgemeinerten Multiplikationsringe, d.h. der kommutativen Ringe, in denen nur die Gültigkeit des obigen Satzes vorausgesetzt ist, nicht aber der Teilerkettensatz. Bei der Behandlung dieses Problems spielt der Begriff des Kerns vom Ideal eine wichtige Rolle, die von W. Krull zuerst in die Idealtheorie für Ringe ohne Endlichkeitsbedingung eingeführt wurde⁽³⁾. Beim Beweis der Einzelheiten vom isolierten Komponentenideal eines Ideals, das zu einem Primideal gehört, hat W. Krull mit Hilfe des Wohlordnungssatzes die transfinite Induktion angewandt. Im letzten Paragraphen dieser Arbeit müssen wir daher eine besondere Voraussetzung für den Bau des zugrunde gelegten Ringes machen. Aber bei

(1) E. Stiemke, Ueber unendliche algebraische Zahlkörper, Math. Zeitschr. **25** (1926).

(2) Journal of the Hiroshima University **3** (1933), S. 43-59, zitiert mit „M“.

(3) W. Krull, Idealtheorie in Ringen ohne Endlichkeitsbedingung, Math. Annalen **101** (1929), S. 729-744, zitiert mit „K“.