

Ueber ganz abgeschlossene Ringe.

Von

Shinziro MORI.

(Eingegangen am 15. I. 1933.)

Von den ganz abgeschlossenen Ringen, in denen der Teilerkettensatz gilt, sind bisher einige Struktureigenschaften durch E. Noether,⁽¹⁾ B. L. van der Waerden,⁽²⁾ W. Krull⁽³⁾ und Y. Akizuki⁽⁴⁾ behandelt worden. In der vorliegenden Arbeit werden die Eigenschaften und die Struktur dieser Ringe noch ferner untersucht.

Unter *Nullteilerideal* verstehen wir ein Ideal, das aus lauter Nullteilern besteht. Enthält ein Ideal dagegen mindestens ein reguläres Element, so heisst das Ideal *regulär*.

Ein *höheres Primideal* ist ein reguläres Primideal, das keine echten Primvielfachen ausser Nullteileridealen besitzt.

Ringe, in denen die Produktzerlegbarkeit der regulären Ideale gilt.

Satz I. *Es sei $\mathfrak{R}$ ein ganz abgeschlossener Ring, in dem der Teilerkettensatz gilt. Ist $\mathfrak{p}$ ein von $\mathfrak{R}$ verschiedenes höheres Primideal aus $\mathfrak{R}$, so bildet die Gesamtheit aller zu $\mathfrak{p}$ gehörigen Primär Ideale eine unendliche Hauptreihe von Primär Idealen, nämlich eine unendliche Kette von Primär Idealen, bei der jedes Primärideal ein echtes Vielfaches des vorangehenden ist, und kein Primärideal dazwischengeschaltet werden kann. Ferner besitzen die Primär Ideale verschiedene Exponenten.*⁽⁵⁾

(1) E. Noether, Abstrakter Aufbau der Idealtheorie in algebraischen Zahl- und Funktionskörpern, Math. Ann. 96.

(2) B. L. van der Waerden, Zur Produktzerlegung der Ideale in ganz abgeschlossenen Ringen, Math. Annalen 101.

B. L. van der Waerden, Zur Idealtheorie der ganz abgeschlossenen Ringe, ebenda.

(3) W. Krull, Ueber den Aufbau des Nullideals in ganz abgeschlossenen Ringen mit Teilerkettensatz, Math. Annalen 102.

(4) Y. Akizuki, Bemerkungen über den Aufbau des Nullideals, Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan, 3rd. Ser. 14. S. 253.

(5) Fügt man zu den Eigenschaften von $\mathfrak{R}$ noch die Voraussetzung hinzu, dass jedes höhere Primideal maximal ist, so ist in $\mathfrak{R}$ jedes reguläre Element ein Potenzprodukt von höheren Primidealen. Ist a ein Nullteiler von $\mathfrak{R}$, so wird