Axiomatische Begründung des Multiplikationsringes.

Von

Shinziro MORI.

(Eingegangen am 30. 9. 1932.)

Nach Herrn W. Krull[1] heisst ein Ring $\mathfrak{R}$, in dem der Teilerkettensatz gilt, *Multiplikationsring*, wenn in $\mathfrak{R}$ aus der Teilbarkeit von $\mathfrak{a}$ durch $\mathfrak{b}$ stets die Gültigkeit einer Gleichung $\mathfrak{a}=\mathfrak{b}\mathfrak{c}$ folgt. In einer vor kurzem erschienenen Arbeit[2] hat Herr Akizuki die Definition des Multiplikationsringes etwas verallgemeinert und seine Struktureigenschaften untersucht. Dabei heisst ein kommutativer Ring mit Teilerkettensatz *Multiplikationsring im Sinne von Akizuki*, wenn im Ring aus der *echten* Teibarkeit von $\mathfrak{a}$ durch $\mathfrak{b}$ stets die Gültigkeit einer Gleichung $\mathfrak{a}=\mathfrak{b}\mathfrak{c}$ folgt. In der vorliegenden Arbeit möchte ich aus drei voneinander unabhängigen Axiomen schrittweise die Struktur von immer stärker eingeschränktem Ring bis hin zu dem Multiplikationsring untersuchen, und in die Struktur desselben tiefer eindringen. Der Multiplikationsring ist aber nur ein spezieller Fall von Ringen, die als eine direkte Summe von endlich vielen Sonoschen Ringen[3] darstellbar sind.

Besitzt der Multiplikationsring im Sinne von Akizuki keinen Nullteiler, so ist im Ring jedes Ideal eindeutig als Potenzprodukt der Primideale darstellbar. Zum Schluss wird damit die Struktur des kommutativen Ringes gezeigt, in dem jedes Ideal sich eindeutig als Produkt von Potenzen der Primideale darstellen lässt. Wie wohl bekannt ist, haben Prof. M. Sono und Frl. E. Noether dasselbe Problem nach verschiedenen Gesichtspunkten behandelt. Prof. Sono's Theorie ist auf der Voraussetzung entwickelt, dass der zugrunde gelegte Ring die folgenden Eigenschaften besitzt:

---

(1) W. Krull, Ueber Multiplikationsringe, *Sitzungsber. d. Heidelberger Akademie, Math-naturw.* Klasse, 1925.

W. Krull, Ueber den Aufbau des Nullideals in ganz-abgeschlossenen Ringen mit Teilerkettensatz, *Math. Annalen* **102**, S. 368.

(2) Y. Akizuki, Bemerkungen über den Aufbau des Nullideals, *Proceedings of the Physico-Mathematical Soc. of Japan*, 3. **13**, S. 253.

(3) Der Sonosche Ring ist ein kommutativer Ring, in dem der Teilerkettensatz und der eingeschränkte Vielfachenkettensatz vorausgesetzt werden.