Struktur des Sonoschen Ringes.

Von

Shinziro MORI.

(Eingegangen am 5. 5. 1932.)

Unter dem Titel „*On Congruences*" hat Prof. Sono seine Idealtheorie im kommutativen Ring entwickelt, in dem die Existenz einer Hauptreihe, die mit jedem vom Nullideal verschiedenen Ideal beginnt, vorausgesetzt wird,(1) und nachher hat Frl. Noether auch gezeigt, dass die Voraussetzung der Existenz einer Hauptreihe im Restklassenring gleichwertig dem Doppelkettensatz ist(2). In der vorliegenden Untersuchung werde ich einen mehr konkreten Einblick in die Struktur des Sonoschen Ringes geben und einige Eigenschaften der Hauptreihen von den zu demselben Primideal gehörigen Primäridealen untersuchen.

Im folgenden wird der allgemeine kommutative Ringbereich $\mathfrak{R}$ zugrunde gelegt, der nur dem *Teilerkettensatz* genügen muss, dass jede Kette von Idealen im Endlichen abbricht, bei der jedes Ideal ein echter Teiler des vorangehenden ist.

Neue Definition für die Darstellung eines Ideals durch grösste Primärideale.

Sind $\mathfrak{p}_1, \dots, \mathfrak{p}_n$ die zugehörigen verschiedenen Primideale eines von $\mathfrak{o}$ verschiedenen Ideals $\mathfrak{a}$, so existiert eine kürzeste Darstellung $\mathfrak{a}=[\mathfrak{q}_1, \dots, \mathfrak{q}_n]$, wobei $\mathfrak{q}_i$ ein zu $\mathfrak{p}_i$ gehöriges Primärideal von der Eigenschaft ist, dass für jedes durch $\mathfrak{a}$ unteilbare Element q_i aus $\mathfrak{q}_i$ stets $\mathfrak{p}_i \neq \mathfrak{a} : (q_i)$ ist.(3) Aus der Eigenschaft von $\mathfrak{p}_i$ folgt die Existenz eines Elementes p_i derart, dass

$$\mathfrak{p}_i = \mathfrak{a} : (p_i), \quad p_i \not\equiv 0 \ (\mathfrak{a})$$

---

(1) M. Sono, On Congruences 1., 2., 3., Memoirs of the College of Science, Kyoto Imperial University (1917–19).

(2) E. Noether, Abstrakter Aufbau der Idealtheorie in algebraischen Zahl- und Funktionenkörpern, Math. Annalen **96** (1926).

(3) S. Mori, Minimale Primärideale eines Ideals, dieses Journal, **2**, S. 22.