

Minimale Primär ideale eines Ideals.

Von

Shinziro MORI.

(Eingegangen am 9. 11. 1931.)

Ist in einem kommutativen Ring der Teilerkettensatz erfüllt, so gibt es für jedes Ideal α aus dem Ring ein Primärideal q derart, dass α durch q teilbar ist, dass es kein Primärideal zwischen α und q gibt, und dass das zu q gehörige Primideal ein höchstes Primideal von α ist.⁽¹⁾ Ich habe ein solches Primärideal „*minimales Primärideal von α* “ genannt. In der vorliegenden Abhandlung wollen wir die Definition des minimalen Primärideals so erweitern, dass es keine Beschränkung für das zugehörige Primideal gibt. Auf Grund dieser Betrachtung werden wir die folgende erweiterte Definition aufstellen: *Ein primärer Teiler q eines Ideals α heisst minimales Primärideal von α , wenn es kein Primärideal zwischen α und q gibt.* Ist dabei α ein Primärideal, so verstehen wir unter dem minimalen Primärideal von α das Ideal α selbst. Zweck der folgenden Zeilen soll es in erster Linie sein, die Eigenschaften der oben definierten minimalen Primär ideale eines Ideals und ihren Zusammenhang mit der kürzesten Darstellung des Ideals durch grösste Primär ideale zu untersuchen.

Wir legen stets im folgenden nur einen kommutativen Ring $\Re$ zugrunde, der den Teilerkettensatz erfüllt, und unter dem Einheitsideal $\mathfrak{o}$ verstehen wir, wie üblich, das aus allen Ringelementen bestehende Ideal.

I. Ueber die zu einem Ideal gehörigen Primär ideale.

Ist α ein beliebiges Ideal aus einem kommutativen Ring $\Re$, für den der Teilerkettensatz erfüllt ist, so lässt α eine kürzeste Darstellung als kleinstes gemeinsames Vielfaches von endlich vielen grössten Primär idealen zu. Die Primär ideale, die bei irgendeiner kürzesten Dar-

(1) S. Mori, Ueber Ringe, in denen die grössten Primärkomponenten jedes Ideals eindeutig bestimmt sind, Journal of Science of the Hiroshima University, Series A, **1** (1931).