

# Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables.

## III—Deuxième problème de Cousin.

Par

Kiyosi OKA.

(Reçu Jan. 20, 1938.)

**Introduction.**<sup>(1)</sup>—P. Cousin le premier s'est posé de trouver des fonctions méromorphes qui aient les pôles et points d'indétermination donnés, et des fonctions holomorphes admettant les zéros donnés; que nous appellerons, avec M. H. Cartan,<sup>(2)</sup> premier et deuxième problèmes de Cousin, respectivement. Ces deux problèmes intimement reliés diffèrent d'ailleurs plus profondément qu'il ne semble tout d'abord. Le premier problème est toujours résoluble pour les domaines univalents d'holomorphic sans point à l'infini, comme nous l'avons vu dans le mémoire précédent; mais le même résultat n'est plus expectatif pour le deuxième problème, par exemple; car il existe effectivement des domaines du caractère contraire.<sup>(3)</sup> Dans le présent Mémoire, nous essayerons d'extraire ce qui caractérise le deuxième problème.

Voici un exemple dont l'auteur est parti: Considérons dans l'espace des trois variables réelles  $x, y$  et  $z$  le cylindre  $D$  et le segment  $L$ ,

$$\begin{aligned} (D) \quad & x^2 + y^2 < 1, \quad |z| < 2, \\ (L) \quad & x = y = 0, \quad |z| \leq 1; \end{aligned}$$

(1) Pour la bibliographie du problème actuel, nous nous contentons de renvoyer le lecteur à ce qui suit:

H. Behnke et P. Thullen. *Theorie der Funktionen mehrerer komplexer Veränderlichen*. 1934.

H. Behnke et K. Stein. *Analytische Funktionen mehrerer Veränderlichen zu vorgegebenen Null- und Polstellenflächen*. *Jbr. Deutsch. Math.-Vereinig.*, 1937.

(2) H. Cartan. *Les problèmes de Poincaré et de Cousin pour les fonctions de plusieurs variables complexes*. *C. R. Acad. Sci., Paris*, 1934.

À l'égard de ce mémoire, l'auteur avoue que le théorème I exposé dans le Mémoire I doit être attribué à lui.

(3) On trouvera un exemple concret dans le mémoire suivant:

T. H. Gronwall. *On expressibility of uniform functions of several complex variables as quotient of two functions of entire character*. *Amer. Math. Soc. Trans.*, 1917.

Nous montrerons dans la suivante un nouvel exemple tout simple.