宇宙論に現はれてゐる種々のリーマン空間を特徴附ける方程式

竹野兵一郎

(昭和 17 年 6 月 1 日受附)

§1. 緒論。 重力場の理論及び宇宙論に於ては，問題となつてゐる物理系の時空構造を與へるものとして種々の四次元リーマン空間が考へられてゐる。例へばアインシュタイン型空間や，デ・ジッター型空間等がこれである。

本論文の第一部に於ては是等の空間を特徴附け且總括する二つの新らしい方程式について研究し，第二部に於ては曲率テンソルから作られる或る行列の固有値の性質に依つて是等の空間を分類することを試みる。

第一部

§2. 方程式 $\nabla_h K_{ij}^{\ \ lm}=0$. 本論文に於て扱はれる線素はすべて球對稱のものである。こゝに球對稱とは (r, θ, φ) 空間の普通の回轉群に對して不變であることを意味し，此様な g_{ij} の一般なるものは次式で與へられる。(1)

$$ds^2=-A(r,t)dr^2-B(r,t)(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2)+C(r,t)dt^2, \qquad (ds_0^2)$$

さて宇宙論に於て最も良く用ひられる空間は (i) デ・ジッター型空間，(ii) 平坦空間 [(i) 及び (iii) の特別な場合]，(iii) アインシュタイン型空間，の三つである。そして (i), (ii), (iii) は夫々方程式

$$K_{ijlm}=k^2(g_{im}g_{jl}-g_{il}g_{jm}) \qquad (2.1)$$

$$K_{ijlm}=0 \qquad (2.2)$$

$$K_{ijlm}=16g\epsilon_{ijpu}\epsilon_{lmqv}\varphi^u\varphi^v g^{pq}, \quad \nabla_i\varphi^k=0 \qquad (2.3)$$

に依つて特徴附けられ，且つそれ等の線素は $B=r^2$ なる球對稱の形に於て夫々

$$ds^2=-\frac{dr^2}{1-k^2r^2}-r^2d\theta^2-r^2\sin^2\theta d\varphi^2+(1-k^2r^2)dt^2, \qquad (ds_1^2)$$

$$ds^2=-dr^2-r^2d\theta^2-r^2\sin^2\theta d\varphi^2+dt^2, \qquad (ds_2^2)$$

---

(1) 竹野，本誌，8 (1938), 271, (W.G. No. 33).