Greenの定理に就て

小笠原藤次郎

（昭和17年6月8日受附）

J. P. Schauder[1] は Gross-Jansen の測度論を根據として或る條件を滿足する有限面測度の境界をもつ有界領域の場合に就て，空間積分と面積分との關聯を表すものとして知られてゐる Green の定理の成立する條件を精密にした。その後 J. F. Randolph[2] は 2 次元空間の有界領域につき Schauder の證明を簡單にした。本論文では境界が低次元零測度の集合を除いた各點で局所的に Lipschitz 條件を滿足するといふ假定のもとに Green の定理を論ずることを目的とする。但境界が有限面測度をもつといふ假定はしない。その證明法は Kolmogoroff の測度論[3] をもとにして，上述の Schauder-Randolph の方法に據る。

1. A. Kolmogoroff の測度論[4]

n 次元 Euclid 空間 R^n, n は 1 より大な整數，の解析集合を E 及びそれに添數又は肩符をつけたもので表し，R^n の二點 p, q の距離を $d(p, q)$ で表すことにする。E から E' 全體への一價寫像 $p'=\varphi(p)$, $p \in E$, $p' \in E'$ につき，任意二點 $p_1, p_2 \in E$ とその像 $p'_1, p'_2 \in E'$ との間に $d(p'_1, p'_2) \leqq a d(p_1, p_2)$ が成立つ正の常數 a が存在するとき $\varphi(p)$ は Lipschitz 條件を滿足する，或は $\varphi(p)$ は有界伸長寫像である，そして E' は E の有界伸長像といふ。特に $a=1$ のとき非伸長寫像及び非伸長像といふ言葉を使ふ。さて R^n のすべての E に負ならざる有限數又は無限數 $\mu(E)$ が對應し

(1) E_n, $n=1, 2, 3, \ldots$, $\sum E_n \supset E$ のとき $\sum \mu(E_n) \geqq \mu(E)$,

(2) E_n, $n=1, 2, 3, \ldots$, が互に素で $\sum E_n \subset E$ のとき $\sum \mu(E_n) \leq \mu(E)$.

(3) E' が E の非伸長像のとき $\mu(E') \leqq \mu(E)$.

(4) E が k 次元單位區間，$0 < k \leqq n$, のとき $\mu(E)=1$.

---

(1) Fund, Math. **8** (1926), 1-48.
(2) Transactions A. M. S., **38** (1936), 531-548.
(3) Math. Ann. **107** (1933), 351-366.
(4) 同上。