

Über die Einteilung von Primärideal^{en} im Unendlichen Algebraischen Zahlkörper

Von

Noboru NAKANO

(Eingegangen am 31, Oktober 1953)

Im allgemeinen unendlichen algebraischen Zahlkörper kann ein Primideal p ¹⁾ idempotent sein. Vor kurzem habe ich bewiesen,²⁾ dass ein zu p gehöriges und von p verschiedenes Primärideal q keinesweg idempotent ist, wenn p auch noch idempotent ist. In dieser Arbeit zeigen wir, dass immer $qp \neq q^2$ ist und dass $q=qp$ und $q \neq qp$ beide entstehen können, wenn $p=p^2$ ist. Ferner ist $q=q:p$ ebenso wie $q \neq q:p$ möglich, wenn $p=p^2$ ist. Andererseits können wir beweisen, dass $q \neq qp$ und auch $q \neq q:p$ ist dann und nur dann so, wenn $p \neq p^2$ ist.

Danach teilen wir in § 1 dieser Arbeit Primärideale aus unendlichen algebraischem Zahlkörper in folgende vier Arten ein:

Falls $p \neq p^2$; *erste Art nennen wir q , wenn $qp \neq q$, $q \neq q:p$ sind,*
 Falls $p = p^2$; { *zweite Art nennen wir q , wenn $qp \neq q$, $q = q:p$ sind,*
 { *dritte Art nennen wir q , wenn $qp = q$, $q \neq q:p$ sind,*
 { *vierte Art nennen wir q , wenn $qp = q$, $q = q:p$ sind,*

und am Anfang von § 2, 3, 4 und 5 dieser Arbeit werden wir Beispiele von jeder Art geben.

In seiner Arbeit³⁾ hat Herr W. Krull den Begriff der Werte von Primärideal^{en} eingeführt und den Zusammenhang zwischen Primärideal und seinem Wert untergesucht, und dann Primärideale nach ihren Werten in vier Arten eingeteilt. Hier wollen wir beweisen, dass unsere vier verschieden Arten beziehungsweise mit den Krullschen vier Arten übereinstimmen. Damit können wir an die Krullsche *bewertungstheoretische* Einteilung von Primärideal^{en} eine *idealtheoretische* Bedeutung anknüpfend erklären.

In § 2, 3, 4, und 5 dieser Arbeit wollen wir die Eigenschaften von Primärideal^{en} von jeder Art und den Zusammenhang zwischen Primärideal von einer Art und der anderen untersuchen. Zunächst erhalten wir:

1) Im folgenden verstehen wir unter Primideal p stets ein von Einheits- und Null-ideal verschiedenes Primideal.

2) N. Nakano; „Über idempotente Ideale in unendlichen algebraischen Zahlkörpern,“ Jour. of Sci. of the Hiroshima Univ. Vol. 17, No. 1, 1953, (s. 16, Satz 6), zitiert mit „Nakano (1)“.

3) W. Krull; „Idealtheorie im unendlichen algebraischen Zahlkörper,“ Math. Zeit. Vol. 29, 1929 (s. 49), zitiert mit „Krull“.