可約幾何學の次元束

前田文友

(昭和 18 年 5 月 4 日受附)

小平 [1](1) の可約な作用素環の次元についての研究は，そのまゝ可約幾何學 (連續補模束) の場合にも適用し得る。しかるに氏の方法は中心を Stone-Wallman の方法によつて集合族に表現し，この上に於ける可測函數を用ひて居る。而してかゝる可測函數は一つのベクトル束に類似の束を作つて居るのである。しかるにかゝるベクトル束に類似な束は可測函數により表現せざる前に現れて來る筈である。今幾何學 L の要素 a に同次元な要素の全體を $[a]$ とすれば，L は $[a]$ の如き類に分割される。かゝる $[a]$ の全體を $[L]$ にてあらはす。次元の大小によつて，$[L]$ に半順序をつければ，$[L]$ は束であつて，$a\frown b=0$ なるとき $[a]+[b]=[a\smile b]$ とすれば，$[L]$ には $+$ なる演算が定義せられ，從つてこれから λ が有理數の場合に $\lambda[a]$ なる演算が定義せられる。しかるときは $[L]$ はベクトル束と類似なものである。これを L の次元束と名付ける。從つてこの次元束 $[L]$ の構造を明らかにすれば，L の次元の性質がわかつて來る。

L が既約である場合は，例へば $[b]=\lambda[a]$ の形の關係がある。これは b の次元が a の次元の λ 倍であることを示してゐる。しかし L が可約である場合は λ は L の中心の部分に應じて變つて來る。即ち $[b]=\lambda[a]$ の式は積分の形であらはれて來る。こゝにベクトル束に於ける Radon-Nikodym 型の定理と全く同様な定理が，次元束にもあらはれて來ることがわかる。

本稿に於ては，同次元性を配景性によりて定義すれば有限の場合しか現れて來ないから，Halperin [1] の $\equiv$ を用ひて同次元性を定義した。本稿を草するにあたつては，v. Neumann [2]，小平 [1] に負ふ所が多い。

1. 定義 1.1. 完全束 L に於て，Ω を任意の超限順序數とするとき，$\alpha<\beta<\Omega$ に對し

$$a_\alpha < a_\beta \quad ならば \quad b\frown\bigvee(a_\alpha;\alpha<\Omega)=\bigvee(b\frown a_\alpha;\alpha<\Omega),$$

$$a_\alpha > a_\beta \quad ならば \quad b\smile\bigwedge(a_\alpha;\alpha<\Omega)=\bigwedge(b\smile a_\alpha;\alpha<\Omega),$$

(1) 括弧 [ ] 内の數字は末尾の引用文獻中の番號を示す。