Ueber eine neue Definition der Primärkomponenten eines Ideals.

Von

Shinziro MORI.

(Eingegangen am 20. 4. 1934.)

Bei der Noetherschen Definition des Primärideals besitzt das zum Einheitsideal gehörige Primärideal eine andere Eigenschaft als beim Primärideal, das zum vom Einheitsideal verschiedenen Primideal gehört. Um diese Unbequemlichkeit zu vermeiden, werde ich hier die Definition für das Primärideal, die in meinen vorigen Arbeiten(1) eingeführt wurde, benutzen, nud danach eine neue Definition für Primärkomponenten eines Ideals geben. Der Hauptzweck der vorliegenden Arbeit ist die Untersuchung über die Darstellbarkeit eines Ideals als Durchschnitt der neuen Primärkomponenten.

Neue Definition der Primärkomponenten eines Ideals.

Es sei der zugrunde gelegte Ring $\mathfrak{R}$ kommutativ, und Primideal aus $\mathfrak{R}$ sei in der gewöhnlichen Fassung.

Ist $\mathfrak{p}$ ein Primideal, und ist ein Ideal $\mathfrak{q}$ durch $\mathfrak{p}$ teilbar, und ist jedes Element aus $\mathfrak{p}$ nilpotent(2) in bezug auf $\mathfrak{q}$, so heisst $\mathfrak{q}$ ein „*zu* $\mathfrak{p}$ *gehöriges Primärideal*".

Unter einem *höchsten Primideal eines Ideals* $\mathfrak{a}$ verstehen wir ein Primideal, das Teiler von $\mathfrak{a}$ ist, und kein echtes Primidealvielfaches mit der gleichen Eigenschaft besitzt.

Da unser Hauptziel die Untersuchung über die Darstellbarkeit eines Ideals $\mathfrak{a}$ als Durchschnitt der Primärideale, die zu den höchsten Primidealen von $\mathfrak{a}$ gehören, ist, so mögen wir die folgende Definition für die Primärkomponenten eines Ideals angeben :

---

(1) S. Mori, Zur Zerlegung der Ideale, Proc. Phys. Math. Soc. Japan, **13**, (1931), 302.

S. Mori, Ueber Sonosche Reduktion von Idealen, dieses Journal **2** (1932), 195.

(2) Daher folgt aber nicht im allgemeinen, dass eine endliche Potenz von $\mathfrak{p}$ durch $\mathfrak{q}$ teilbar ist.