

# Bemerkungen zur Zerlegung der Hauptideale.

Von

Shinziro MORI und Takeo DODO.

(Eingegangen am 10. 12. 1936.)

W. Krull hat in seiner Arbeit<sup>(1)</sup> mit Hilfe der Begriffsbildungen der Bewertungstheorie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür aufgestellt, dass in allgemeinen Ringen jedes Hauptideal sich *eindeutig* als Durchschnitt von endlich vielen symbolischen Potenzen höchster Primideale darstellen lasse.

Im folgenden wird mit Hilfe der von den Verfassern<sup>(2)</sup> entwickelten Methode, die völlig unabhängig von der Bewertungstheorie ist, ein notwendiges und hinreichendes Kriterium dafür abgeleitet, dass im *allgemeinen Integritätsbereiche*<sup>(3)</sup>  $\mathfrak{J}$  jedes Hauptideal als Durchschnitt von endlich vielen symbolischen Potenzen höchster Primideale darstellbar ist.<sup>(4)</sup>

Da in  $\mathfrak{J}$  kein echter Nullteiler existiert, ergibt sich, dass in  $\mathfrak{J}$  alle symbolischen Potenzen höchster Primideale von einander verschieden sind.<sup>(5)</sup> Somit ist die Durchschnittszerlegung eines Hauptideals in symbolische Potenzen höchster Primideale, wenn überhaupt vorhanden, stets eindeutig, und im oben ausgesprochenen Krullschen Satz für das notwendige und hinreichende Kriterium ist das Wort „*eindeutig*“ überflüssig.

## Über symbolische Potenzen der Primideale in $\mathfrak{J}$ .

In diesem Paragraphen stellen wir die wichtigsten Sätze zusammen, die wir später brauchen werden.

---

(1) W. Krull, Über die Zerlegung der Hauptideale in allgemeinen Ringen, *Math. Annalen* **105** (1931), 1. Dort wird S. 3 die Existenz des Quotientenkörpers vorausgesetzt.

(2) S. Mori und T. Dodo, Bedingungen für ganze Abgeschlossenheit in Integritätsbereichen, dieses *Journal* **7** (1937), 15.

(3) Unter dem *allgemeinen Integritätsbereiche*  $\mathfrak{J}$  verstehen wir stets einen allgemeinen kommutativen Ring ohne Nullteiler mit Einheitselement.

(4) Zu den benutzten Definitionen der *symbolischen Potenzen* und *höchsten Primideale* vgl. W. Krull, loc. cit., 3.

(5) Vgl. den Satz 7.