Zerlegung der Hauptideale aus Polynomringen in minimale Primideale. II.

Von

Shinjiro MORI.

(Eingegangen am 27. 9. 1938.)

In der vorangehenden Arbeit(1) haben wir unter der Voraussetzung der Teilerfremdheit von verschiedenen minimalen Primidealen, die kein Hauptideal sind, den folgenden Satz bewiesen:

Ist jedes Hauptideal im Integritätsbereiche $\mathfrak{J}$ als Potenzprodukt der in $\mathfrak{J}$ minimalen Primideale darstellbar, so gilt dieselbe Eigenschaft auch für jedes Hauptideal im Polynomring $\mathfrak{J}[x]$.

In den folgenden Zeilen soll der genannte Satz ohne Benutzung der erstgenannten Voraussetzung bewiesen werden und ferner zu einem noch schärferen Resultat erweitert werden.

Der allgemeine Zerlegungssatz der Hauptideale in $\mathfrak{J}[x]$.

Im folgenden sei $\mathfrak{J}$ ein Integritätsbereich mit Einselement und $\mathfrak{J}[x]$ seine transzendente Erweiterung.

Zum Beweis des allgemeinen Zerlegungssatzes werden wir zunächst zwei Hilfssätze vorausschicken:

Hilfssatz 5. *Wenn jedes Hauptideal in $\mathfrak{J}$ als Potenzprodukt von endlich vielen, in $\mathfrak{J}$ minimalen Primidealen darstellbar ist, so ist jede Potenz eines in $\mathfrak{J}[x]$ minimalen Primideals von erster Art immer primär.*

Es sei $\bar{\mathfrak{p}}$ das in $\mathfrak{J}[x]$ minimale Primideal von erster Art. Dann ist die Gesamtheit $\mathfrak{p}$ aller Elemente aus $\bar{\mathfrak{p}}$, welche zugleich zu $\mathfrak{J}$ gehören, ein in $\mathfrak{J}$ minimales Primideal,(2) und folglich ist jede Potenz von $\mathfrak{p}$ primär.(3) Wir nehmen an, dass für zwei Elemente $f(x)=a_0x^m+a_1x^{m-1}$

(1) S. Mori und T. Dodo, Zerlegung der Hauptideale aus Polynomringen in minimale Primideale, dieses Journal **8** (1938), 135.

(2) S. Mori, loc. cit., 140.

(3) S. Mori, Über die Produktzerlegung der Hauptideale, dieses Journal **8** (1938), 12.